



کد کنترل

286

F

## آزمون (نیمه متمرکز) ورود به دوره های دکتری - سال ۱۴۰۱

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه ۱۴۰۰/۱۲/۶



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»  
امام خمینی (ره)

رشته علوم کامپیوتر  
(کد ۲۲۴۷)

جدول مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤال ها و زمان پاسخ گویی

زمان پاسخ گویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۱۵۰ دقیقه	۴۵	۱	۴۵	مجموعه دروس تخصصی: - ساختمان داده و الگوریتم - مبانی منطق - مبانی ترکیبیات - جبر خطی عددی - نظریه الگوریتم پیشرفته

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤال ها به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با متخلفان برابر مقررات رفتار می شود.

\* متقاضی گرامی، وارد نکردن مشخصات و امضا در کادر زیر، به منزله غیبت و حضور نداشتن در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را  
با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ نامه و دفترچه سؤال ها، نوع و کد کنترل درج شده  
بر روی دفترچه سؤال ها و پایین پاسخ نامه ام را تأیید می نمایم.

امضا:

۱-  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$  دو تابع هستند. کدام گزاره یا گزاره ها درست است؟

الف) اگر  $f = o(g)$  آنگاه  $g = \Omega(f)$ .

ب) اگر  $f = O(g)$  آنگاه  $g = \omega(f)$ .

(۱) فقط الف (۲) فقط ب

(۳) هر دو

(۴) هیچ کدام

۲- خروجی الگوریتم زیر از چه مرتبه ای است؟

$a = 2$

$b = 3$

```
while(a < n){
    a = a * a
    b = b * 2
}
```

Print(b)

(۱) n

(۲)  $n^{\lg 2}$

(۳)  $\lg \lg n$

(۴)  $\lg n$

۳- با الگوریتم مرتب سازی حبابی (Bubble Sort) اعداد ۴ و ۲ و ۱ و ۵ و ۳ را از چپ به راست صعودی می کنیم. تعداد

جابجایی های دو عنصر چند تا است؟

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۱۰

۴-  $G$  یک گراف با  $n$  رأس و  $e$  یال است؛ که وزن همه یال های آن یک است. همچنین می دانیم که هر دو رأس دارای همسایه

مشترک هستند. (به عبارت دیگر، فاصله هر دو رأس حداکثر دو است.) رأس  $S$  از  $G$  داده شده است. بهترین زمان برای

محاسبه فاصله همه رأس ها از  $S$  از چه مرتبه ای است؟

(۱)  $e \lg n$

(۲)  $n + e$

(۳)  $e$

(۴)  $n$

۵- L یک لیست پیوندی (Linked List) از اعداد نه لزوماً مرتب است. پیدا کردن یک عنصر در L و نیز اضافه کردن یک عنصر به L به ترتیب از راست به چپ از چه مرتبه زمانی است؟

- (۱) ۱ و ۱  
(۲) ۱ و n  
(۳) ۱ و n  
(۴) n و n

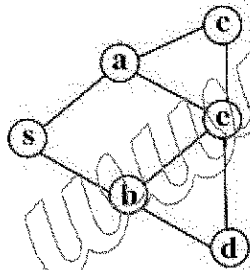
۶- در یک ساختمان داده های D تعداد n عدد متمایز ذخیره کرده ایم. با ورودی یک عدد x قصد داریم کوچک ترین عدد بزرگ تر از x را در D (در صورت وجود چنین عنصری) بیابیم. اگر D به ترتیب از راست به چپ، هرم (heap) و جدول درهم سازی (hash table) باشد، بهترین زمان برای این کار از چه مرتبه ای است؟

- (۱) ۱ و  $\lg n$   
(۲) ۱ و  $\lg n$   
(۳) ۱ و n  
(۴) n و n

۷- ۵ عدد را با مرتب سازی ادغامی (merge sort) مرتب می کنیم. حداکثر چند مقایسه انجام می شود؟

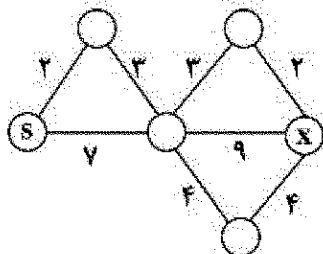
- (۱) ۵  
(۲) ۸  
(۳) ۹  
(۴) ۱۵

۸- دو الگوریتم جستجوی اول سطح (BFS) و جستجوی اول عمق (DFS) را با شروع از رأس s روی گراف زیر اجرا می کنیم. در هر یک از دو الگوریتم هرگاه چند انتخاب برای رأس بعدی داشته باشیم، رأسی را انتخاب می کنیم که در الفبای انگلیسی زودتر آمده است. در کدام الگوریتم یا الگوریتم ها آخرین رأسی که به آن می رسیم، رأس d است؟



- (۱) فقط BFS  
(۲) فقط DFS  
(۳) هر دو  
(۴) هیچ کدام

۹- در اجرای الگوریتم دایکسترا با شروع از رأس s روی گراف زیر، فاصله ذخیره شده برای رأس x چند بار تغییر می کند؟ (فاصله x از s در ابتدا  $\infty$  در نظر گرفته می شود.)



- (۱) ۲  
(۲) ۳  
(۳) ۴  
(۴) ۵

۱۰- مسئله زیر را در نظر بگیرید.

ورودی: اعداد  $n$  و  $m$  و اعداد  $a_1, \dots, a_n$ .

سؤال: آیا  $I \subseteq \{1, \dots, n\}$  وجود دارد به طوری که  $\sum_{i \in I} a_i = m$  ؟

به جای علامت سؤال، در الگوریتم کدام گزینه قرار داده شود تا الگوریتم زیر مسئله بالا را حل کند؟

```
S ← ؟
for(i=1 to n)
    S ← S ∪ {s+ai | s ∈ S}
if (m ∈ S)
    return (yes)
else
    return (no)
```

(۱) ۰

(۲) {۱}

(۳) {۰, ۱}

(۴) ∅

۱۱- کدام یک از دو مسئله زیر دارای الگوریتم جریانه (greedy) است؟

ورودی: دنباله صعودی  $a_1, \dots, a_n$  از اعداد

سؤال: مجموعه  $I \subseteq \{1, \dots, n\}$  به طوری که  $\sum_{i \in I} a_i$  بیشترین مقدار کمتر از یک را داشته باشد.

الف:

ورودی: دنباله صعودی  $a_1, \dots, a_n$  از اعداد

سؤال: بزرگترین مجموعه  $I \subseteq \{1, \dots, n\}$  به طوری که  $\sum_{i \in I} a_i$  مقدار کمتر از یک داشته باشد.

ب:

(۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) هر دو (۴) هیچ کدام

۱۲-  $G$  یک شبکه (یک گراف جهت دار به همراه تابع ظرفیت روی یال ها) است.  $S$  و  $t$  دو رأس از  $G$  هستند. همچنین  $A$

زیرمجموعه ای از رأس های  $G$  است به طوری که  $S \in A$  و  $t \notin A$ . کدام گزاره یا گزاره ها درست است (هستند)؟

الف) در هر جریان از  $S$  به  $t$ ، «مجموع جریان خروجی از  $S$  منهای مجموع جریان ورودی به  $S$  برابر است با «مجموع جریان خروجی از  $A$  منهای مجموع جریان ورودی به  $A$ ».

ب) اگر ظرفیت همه یال ها گویا باشد، مقدار جریان بیشینه از  $S$  به  $t$  نیز گویاست.

(۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) هر دو (۴) هیچ کدام

۱۳- استدلال زیر در سیستم استنتاج طبیعی را در نظر می گیریم:

$\forall x \forall y A(x, y)$	
$\forall y A(x, y)$	$\forall x \neg A(x, x)$
$A(x, x)$	$\neg A(x, x)$
$\perp$	
$\neg \forall x \neg A(x, x)$	
$\forall x \forall y A(x, y) \rightarrow \neg \forall x \neg A(x, x)$	

در چند مورد در این استدلال حذف سور عمومی ( $\forall E$ ) به درستی انجام شده است؟

۰ (۱)

۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

۱۴- چند تا از مجموعه های زیر شمارای نامتناهی است؟

الف) مجموعه نقاط با مختصات گویا در فضا  $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid x, y, z \in \mathbb{Q} \right\}$

ب) مجموعه توابع ثابت از  $\mathbb{R}$  به  $\mathbb{Q}$

ج) مجموعه رشته های با طول متناهی با حروف الفبای فارسی

۳ (۱)

۲ (۲)

۱ (۳)

۰ (۴)

۱۵- فرض کنیم زبان، شامل شش ثابت  $W$ ، نمادهای معمولی دو موضعی  $O_1, O_2$  و نمادهای معمولی یک موضعی  $F_1, F_2, F_3$  باشد. این تعبیر را در نظر می گیریم: ( $b_i$  ها متمایزند).

$$I(A) = b_1, I(B) = b_2, I(C) = b_3, I(D) = b_4, I(E) = b_5, I(F) = b_6$$

$$I(O_1) = \{(b_1, b_4), (b_4, b_3), (b_3, b_6), (b_5, b_2), (b_2, b_6)\}$$

$$I(O_2) = \{(b_1, b_4), (b_1, b_3), (b_1, b_6), (b_4, b_3), (b_4, b_6), (b_3, b_6), (b_5, b_2), (b_5, b_6), (b_2, b_6)\}$$

$$I(F_1) = \{b_1, b_5\}$$

$$I(F_2) = \{b_1, b_5\}$$

$$I(F_3) = \{b_4\}$$

$I$  مدلی برای کدام گزینه است؟

$$(1) \forall x (F(x) \rightarrow \neg \exists y O_1(y, x))$$

$$(2) F_2(A) \wedge \neg F_2(C)$$

$$(3) \forall x \exists y \exists z (O_2(x, y) \wedge O_2(x, z) \wedge y \neq z)$$

$$(4) \exists x (F_1(x) \wedge \neg F_1(x))$$

۱۶- کدام گزینه فرم نرمال عطفی (CNF) فرمول  $\neg(\neg p \vee q) \vee (r \rightarrow \neg s)$  است؟

(۱)  $(p \vee \neg r \vee s) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee s)$

(۲)  $(p \vee \neg r \vee \neg s) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee \neg s)$

(۳)  $(p \wedge \neg r \wedge \neg s) \vee (\neg q \wedge \neg r \wedge \neg s)$

(۴)  $(p \wedge \neg r \wedge s) \vee (\neg q \wedge \neg r \wedge s)$

۱۷- کدام یک از استدلال (های) زیر معتبر هستند؟ (منظور از نماد  $\therefore$  نتیجه گیری حکم است).

(الف)

$\neg a \wedge (a \rightarrow b)$

$\therefore \neg b$

(ب)

$p \rightarrow q$

$\neg r \rightarrow \neg q$

$\neg r$

$\therefore \neg p$

(۴) هیچکدام

(۳) هر دو

(۲) فقط ب

(۱) فقط الف

۱۸- یک جدول سودوکو  $9 \times 9$  که شامل ۹ پنجره  $3 \times 3$  است را در نظر می گیریم. در این جدول باید اعداد ۱ تا ۹ طوری

قرار گیرند که هر عدد در سطر، ستون و پنجره دقیقاً یک بار ظاهر شده باشد. برای  $r, c \leq 9$  و  $1 \leq n$  فرض کنید

$p(n, r, c)$  بیان کند که عدد  $n$  در محل تقاطع سطر  $r$  و ستون  $c$  قرار گرفته است. در این صورت

$$\bigwedge_{r=1}^9 \bigwedge_{n=1}^9 \bigvee_{c=1}^9 p(n, r, c)$$
 بیان می کند که

$3 \times 3$	$3 \times 3$	$3 \times 3$
$3 \times 3$	$3 \times 3$	$3 \times 3$
$3 \times 3$	$3 \times 3$	$3 \times 3$

(۱) هر سطر شامل تمام اعداد ۱ تا ۹ است.

(۲) هر ستون شامل تمام اعداد ۱ تا ۹ است.

(۳) هر پنجره شامل تمام اعداد ۱ تا ۹ است.

(۴) مجموعه اعداد ظاهر شده بر روی قطر پنجره های متمایز، متفاوت هستند.

۱۹- حداکثر تعداد ناحیه یستهای که در داخل یک دایره مفروض با رسم هشت خط می توان تشکیل داد چه تعداد است؟

(۱) ۳۷

(۲) ۳۶

(۳) ۲۹

(۴) ۲۸

۲۰- معادله  $2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 12$  چند جواب صحیح نامنفی دارد؟

(۱) ۶۵

(۲) ۷۵

(۳) ۱۳۵

(۴) ۱۴۵

۲۱- به چند روش می توان ۵ کتاب مختلف را در سه قفسه با شماره های ۱ و ۲ و ۳ قرار داد در صورتی که بدانیم ترتیب کتاب ها در داخل قفسه ها مهم نیست و ممکن است بعضی قفسه ها خالی بمانند؟

(۱) ۱۲۵

(۲) ۲۴۳

(۳) ۲۱

(۴) ۲۵۲۰

۲۲- چند عدد ۱۰۰ رقمی با ارقام ۳ و ۶ و ۷ وجود دارد که مضرب ۶ باشد؟

(۱)  $\sum_{i=0}^{99} 7^{100-3i} \binom{99}{3i}$

(۲)  $\sum_{i=0}^{99} 7^{100-3i} \binom{100}{3i+1}$

(۳)  $\sum_{i=0}^{99} 7^{99-3i} \binom{99}{3i}$

(۴)  $\sum_{i=0}^{99} 7^{99-3i} \binom{100}{3i+1}$

۲۳- دنباله فیبوناچی به صورت زیر تعریف می شود. باقی مانده  $F_{۱۶۰}$  در تقسیم بر ۷ چند است؟

$$\begin{cases} F_0 = 1 \\ F_1 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad (\forall n \geq 2) \end{cases}$$

(۱) ۱

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) هیچکدام

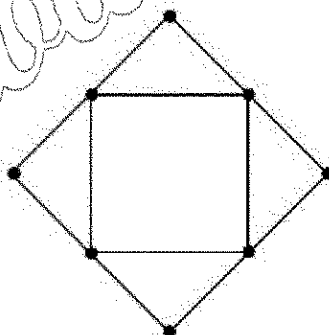
۲۴- گراف مقابل چند زیردرخت فراگیر دارد؟

(۱)  $3^4$

(۲)  $3^3 \times 4$

(۳)  $3^4 \times 4$

(۴)  $3^3 \times 8$



۲۵- فرض کنید  $a^T b = a^T c = 0$ ، به ازای  $a, b$  و بردارهای  $n > 1$  بعدی. گزینه درست کدام است؟

(۱)  $a$  بر  $b + c$  متعامد است.

(۲)  $b$  بر  $c$  متعامد است.

(۳)  $b$  و  $c$  وابسته خطی اند.

(۴)  $a$  بر  $b + c$  متعامد نیست، ولی بر  $b - c$  متعامد است.

۲۶- دستگاه  $Ax = b$  که در آن،  $A, m \times n, n = \text{رتبه}(A)$  و  $b, m \times 1$ ، مدنظر است، گزینه درست کدام است؟

(۱) دستگاه می‌تواند جواب نداشته باشد، اگر  $m > n$ .

(۲) اگر دستگاه جواب داشته باشد، آنگاه جواب یکتا دارد.

(۳) دستگاه می‌تواند بی‌نهایت جواب داشته باشد، اگر  $m > n$ .

(۴) دستگاه همواره جواب دارد و جواب یکتاست اگر و تنها اگر  $m = n$ .

۲۷- ماتریس هاوس هولدر، به صورت  $H(u) = I - \frac{uu^T}{\beta}$ ،  $u \neq 0$ ،  $\beta = \frac{1}{u^T u}$  را در نظر بگیرید. اگر

$$H(u)a = \frac{\|a\|_2}{\|b\|_2} b$$

$$u = a\|b\|_2 - \|a\|_2 b$$

$$\|a\|_2 = \|b\|_2$$

$$a^T b = 0$$

$$a = \alpha b \text{ برای برخی } (\alpha \neq 1)$$

۲۸- کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

(۱) ماتریس‌های متشابه، مقدار ویژه‌های یکسان دارند.

(۲) بردارهای ویژه متناظر با مقادیر ویژه متمایز یک ماتریس، مستقل خطی‌اند.

(۳) هر دو ماتریس که دارای مقادیر ویژه یکسان باشند، متشابه‌اند.

(۴) اگر مقادیر ویژه  $A$  مجزا باشند آنگاه  $A$  مشابه یک ماتریس قطری است.

۲۹- اگر  $\Lambda_0 = \Lambda$  و  $\Lambda_{m-1} = Q_{m-1} R_{m-1}$  و  $\Lambda_m = R_{m-1} Q_{m-1}$  که  $Q_{m-1}$  متعامد است آنگاه:

$$\det(A_m) = m \det(A) \quad (۱)$$

(۲) مقادیر ویژه  $A_m$  و  $A$  یکی هستند.

(۳) مقادیر ویژه  $A_m$  و  $m$  برابر مقادیر ویژه  $A$  هستند.

(۴) مقادیر ویژه  $A_m$  و  $m$  برابر مقادیر ویژه  $A_{m-1}$  هستند.

۳۰- فرض کنید  $x = (1, 4, 9, \dots, 100)^T \in \mathbb{R}^n$  باشد در این صورت:

$$\|x\|_\infty \leq \|x\|_1 \leq \|x\|_2 \quad (۱)$$

$$\|x\|_2 \leq \|x\|_1 \leq \|x\|_\infty \quad (۲)$$

$$\|x\|_1 \leq \|x\|_2 \leq \|x\|_\infty \quad (۳)$$

$$\|x\|_\infty \leq \|x\|_2 \leq \|x\|_1 \quad (۴)$$

۳۱- مرتبه زمانی الگوریتم «Quick Sort» تصادفی در حالت میانگین و در بدترین حالت به ترتیب از راست به چپ برابر

کدام است؟

$$n^2, n \lg n \quad (۱)$$

$$n \lg n, n \quad (۲)$$

$$n^2, n^2 \quad (۳)$$

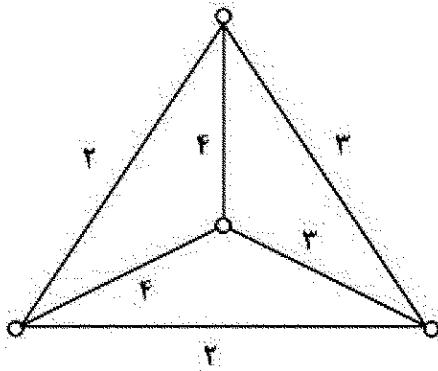
$$n \lg n, n \lg n \quad (۴)$$



۳۲-  $n$  نقطه روی محیط یک دایره، بدون ترتیب خاصی داده شده است. بهترین زمان برای یافتن نزدیک ترین دو نقطه به هم از چه مرتبه زمانی است؟

- (۱)  $n$   
(۲)  $n \lg n$   
(۳)  $n^2$   
(۴)  $n^2 \lg n$

۳۳- پاسخ مسئله فروشنده دوره گرد (TSP) روی گراف زیر چند است؟



- (۱) ۱۰  
(۲) ۱۱  
(۳) ۱۲  
(۴) ۱۳

۳۴- کدام گزینه یک ورودی معتبر برای مسئله SAT-2 است؟

- (۱)  $(x_1 \vee x_2) \wedge (x_3 \vee x_4) \wedge (x_5 \vee x_6)$   
(۲)  $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_3 \wedge x_4) \vee (x_5 \wedge x_6)$   
(۳)  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_4 \vee x_5 \vee x_6)$   
(۴)  $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_4 \wedge x_5 \wedge x_6)$

۳۵- بهترین زمان برای حل مسئله زیر در حالتی که ورودی به صورت ماتریس مجاورت داده شده باشد و در حالت دیگری که همسایه های هر رأس به صورت لیست پیوندی داده شده باشند، به ترتیب از راست به چپ از چه مرتبه ای است؟ ورودی: یک گراف  $G$  با  $n$  رأس.

سؤال: آیا درجه همه رأس های  $G$  برابر با ۵ است؟

- (۱)  $n$  و  $n$   
(۲)  $n^2$  و  $n$   
(۳)  $n$  و  $n^2$   
(۴)  $n^2$  و  $n^2$

۳۶-  $G$  یک شبکه (یک گراف جهت دار به همراه یک تابع ظرفیت روی یال ها و دو رأس  $s$  و  $t$  از  $G$ ) است. کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

الف - یک جریان از  $s$  به  $t$  بیشینه است اگر و تنها اگر از ظرفیت همه یال های هر برش کمینه  $G$  به طور کامل استفاده کند.  
ب - اگر ظرفیت هر یال  $G$  را یک واحد افزایش دهیم، مقدار جریان بیشینه به تعداد یال های یک برش کمینه افزایش می یابد.

- (۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) هر دو (۴) هیچ کدام

۳۷- فرض کنید  $b = b_1 b_2 \dots b_n$  یک رشته  $n$  حرفی با یک الفبای  $\Sigma$  باشد. منظور از یک زیردنباله  $b$  یک رشته حاصل از حذف برخی حرف های  $b$  است. (بنابراین  $b$  دارای  $2^n$  زیردنباله است.) به عنوان مثال  $xyy$  یک زیردنباله  $zxywy$  است اما  $yx$  زیردنباله آن نیست. همچنین منظور از یک رشته متقارن، رشته ای است که قرائت آن از چپ برابر با قرائت از راست باشد؛ به عنوان مثال  $\gamma\alpha\alpha\beta\alpha\alpha\gamma$  متقارن است. طول طولانی ترین زیردنباله متقارن  $b_1 b_{i+1} \dots b_j$  را با  $B[i, j]$  نشان می دهیم. همچنین تعریف می کنیم:

$$X = \max \{B[i, j-1], B[i-1, j]\}$$

$$Y = B[i-1, j+1]$$

کدام گزینه برای  $i$  و  $j$  هایی که  $i < j$  درست است؟

$$B[i, j] = \begin{cases} X & : b_i = b_j \text{ اگر} \\ Y+1 & : b_i \neq b_j \text{ اگر} \end{cases}$$

$$B[i, j] = \begin{cases} X+1 & : b_i = b_j \text{ اگر} \\ Y+1 & : b_i \neq b_j \text{ اگر} \end{cases}$$

$$B[i, j] = \begin{cases} X+1 & : b_i = b_j \text{ اگر} \\ Y+2 & : b_i \neq b_j \text{ اگر} \end{cases}$$

$$B[i, j] = \begin{cases} X & : b_i = b_j \text{ اگر} \\ Y+2 & : b_i \neq b_j \text{ اگر} \end{cases}$$

۳۸-  $A$  یک مسئله بله - خیر (مسئله تصمیم گیری) و عضو کلاس  $NP-hard$  است. کدام روش برای حل مسئله  $A$  قطعاً پیشنهاد نمی شود؟

(۱) ارائه الگوریتم تصادفی

(۲) تلاش برای اثبات  $NP = P$

(۳) ارائه الگوریتم تقریبی (تخمینی)

(۴) ارائه الگوریتم با زمان بهتر از  $\theta(2^n)$

۳۹- تر چرچ - تورینگ کدام است؟

الف - هر مسئله ای که با یک ماشین تورینگ قابل محاسبه باشد، با هر ماشین محاسباتی دیگری هم قابل محاسبه است.  
ب - هر مسئله ای که با یک ماشین محاسباتی قابل محاسبه باشد، با یک ماشین تورینگ هم قابل محاسبه است.  
ج - همه مسائل دنیا قابل محاسبه با ماشین های تورینگ هستند.

(۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) فقط ج (۴) الف و ب

۴۰- کدام یک از مسائل زیر  $NP-hard$  است؟

الف - ورودی: اعداد متمایز  $a_1, a_2, \dots, a_n$  و عدد  $b$ .

سؤال: آیا ۱۰۰ عدد متمایز در میان  $a_1, a_2, \dots, a_n$  وجود دارد که مجموع آنها  $b$  شود؟

ب - ورودی: اعداد متمایز  $a_1, a_2, \dots, a_n$  و عدد  $b$ .

سؤال: آیا  $n-100$  عدد متمایز در میان  $a_1, a_2, \dots, a_n$  وجود دارد که مجموع آنها  $b$  شود؟

(۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) هر دو (۴) هیچ کدام

۴۱- کدام گزاره یا گزاره ها درست است؟

الف - همه مسائلی که خروجی آنها یک عدد است، دارای الگوریتم با زمان چندجمله ای و دارای ضرب تقریب (تخمین - approximation) ثابت هستند.

ب - اگر مسئله ای دارای الگوریتم با زمان چندجمله ای و ضرب تقریب ۳ باشد، دارای الگوریتم با زمان چندجمله ای و ضرب تقریب ۲ نیز هست.

(۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) هر دو (۴) هیچ کدام

۴۲- کدام گزاره یا گزاره ها درست است؟

الف - اگر  $A$  مسئله ای باشد که دارای الگوریتم با زمان چندجمله ای و ضرب تقریب (تخمین) یک است آنگاه  $A \in P$ .

ب - اگر  $A$  مسئله ای باشد که دارای الگوریتم با زمان چندجمله ای و ضرب تقریب (تخمین)  $O(1)$  است آنگاه  $A \in P$ .

(۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) هر دو (۴) هیچ کدام

۴۳-  $G$  یک گراف با مجموعه رأس های  $V$  و مجموعه یال های  $E$  و تابع وزن  $W$  روی یال ها است. برنامه ریزی زیر معادل چه مسئله یا مسائلی است؟

$$\min \sum_e W_e x_e$$

$$\forall v \in V \sum_{e \text{ مجاور } v} x_e = 2$$

$$\forall e \in E \quad x_e \in \{0, 1\}$$

الف - فروشنده دوره گرد (TSP)

ب - سبک ترین دور همیلتونی  $G$

(۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) هر دو (۴) هیچ کدام

۴۴- کدام گزاره یا گزاره ها درست است؟

الف - اگر در الگوریتمی ابتدا ورودی به طور کامل داده شود؛ سپس الگوریتم اجرا شود، الگوریتم برخط (Online) است.

ب - اگر در الگوریتمی ورودی روی یک شبکه مانند اینترنت در اختیار تعداد زیادی کاربر باشد، الگوریتم برخط (Online) است.

(۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) هر دو (۴) هیچ کدام

۴۵- مسئله زیر را در نظر بگیرید:

ورودی: اعداد متمایز  $a_1, a_2, \dots, a_n$  که به صورت Online و یکی یکی اعلام می شوند و از ابتدا هم از مقدار  $n$  اطلاع نداریم (یعنی نمی دانیم ورودی چه هنگام تمام می شود).

خروجی: یکی از  $a_i$  ها با احتمال برابر (یکی از  $a_1, a_2, \dots, a_n$  به طوری که احتمال انتخاب هر کدام از آنها  $\frac{1}{n}$  باشد).

حداقل حافظه لازم برای حل این مسئله از چه مرتبه ای است؟ (راهنمایی: از این ایده استفاده کنید که با ورود هر

$a_i$ ، آن را به احتمال  $\frac{1}{i}$  نگه دارید وگرنه نگه ندارید).

(۱)  $n$

(۲)  $\lg n$

(۳) ۱

(۴)  $n \lg n$