تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰** | **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی)،ریاضی محض (آنالیز)،ریاضی محض (جبر)،ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۱۰۴۵ - ،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۷۰

۱- کدامیک از گزاره های زیر درست است.

۱. اگر مجموعه X متناهی باشد ، آنگاه توپولوژی متمم متناهی روی X به توپولوژی ناگسسته تبدیل می شود.

۲. اگر مجموعه X متناهی باشد ، آنگاه توپولوژی متمم متناهی روی X به توپولوژی گسسته تبدیل می شود.

۳. اگر مجموعه X متناهی باشد ، آنگاه توپولوژی متمم شمارا روی X به توپولوژی ناگسسته تبدیل می شود.

۴. اگر A عضوی از توپولوژی T باشد ،آنگاه A بسته در X است.

۲- فرض کنیم A و B زیر مجموعه هایی از فضای X باشند. دراینصورت

۱. $A \subseteq A^\circ$

۲. $(A \cap B)^\circ = A^\circ \cap B^\circ$

۳. A° کوچکترین مجموعه باز مشمول در A است.

۴. $(A \cup B)^\circ \subseteq A^\circ \cup B^\circ$

۳- فرض کنیم A و B زیر مجموعه هایی ازفضای X باشند.در اینصورت

۱. $(A \cup B)' = A' \cup B'$

۲. $\overline{A} \subseteq A$

۳. $\partial A \subseteq \partial(A \cup B)$

۴. $A^\circ \subseteq \overline{A} \cup \partial A$

۴- کدام گزاره نادرست است.

۱. اگر X فضای گسسته و $Y \subseteq X$ ، آنگاه توپولوژی زیر فضایی در Y نیز توپولوژی گسسته است.

۲. اگر $X = R$ و $Y = N$ ،آنگاه توپولوژی زیر فضایی در Y توپولوژی گسسته است.

۳. اگر برای هر $1 \le i \le n$ ، E_i زیرمجموعه بسته در X_i باشد، آنگاه $\prod_{i=1}^{n} E_i$ بسته در $\prod_{i=1}^{n} X_i$ می باشد.

۴. اگر برای هر $1 \le i \le n$ ، A_i زیر فضایی از X_i باشد، آنگاه توپولوژی زیرفضایی $\prod_{i=1}^{n} A_i$ متفاوت از توپولوژی حاصلضربی روی $\prod_{i=1}^{n} A_i$ است.

۵- فرض کنیم (x,d) یک فضای متریک وتابع $\bar{d}: x\times x \to R$ را با ضابطه $\bar{d}(x,y)=\dfrac{d(x,y)}{1+d(x,y)}$ تعریف می کنیم

دراینصورت

۱. $\bar{d}$ متریک است وهمان توپولوژی رابه X القا می کند.

۲. $(x,\bar{d})$ فضای متریک کرانداراست.

۳. $(x,\bar{d})$ فضای تام است.

۴. الف وب درست است.

۶- فرض کنیم $f: X \to Y$ تابع پیوسته ای باشد آنگاه

۱. تصویر هر مجموعه باز در X ،باز در Y است.

۲. تصویر وارون هرمجموعه باز در Y ،باز در X است.

۳. تصویر هر مجموعه بسته در X ،بسته در Y است.

۴. تصویر وارون هرمجموعه فشرده در Y ،فشرده در X است.

۷- کدام گزاره نادرست است.

۱. اگر X فضای گسسته و $f: X \to Y$ تابع دلخواهی باشد،آنگاه f پیوسته است.

۲. اگر Y فضای ناگسسته و $f: X \to Y$ تابع دلخواهی باشد،آنگاه f پیوسته است.

۳. $f: X \to Y$ پیوسته است اگر وتنها اگر هر زیرمجموعه A از X ، $f(\bar{A}) \subseteq \overline{f(A)}$.

۴. تابع $f: X \to Y$ باز است اگر وتنها اگر بسته باشد.

۸- فرض کنیم X مجموعه ای و τ توپولوژی متمم متناهی در X باشد، دراینصورت

۱. X فشرده است.

۲. X کامل است.

۳. τ توپولوژی گسسته بر X است.

۴. هر تابع تعریف شده بر X پیوسته است

۹- فرض کنیم X و Y دو فضا و $f: X \to Y$ تابع پیوسته باشد. دراینصورت

۱. اگر A زیر مجموعه فشرده X باشد ، آنگاه $f(A)$ نیز فشرده است.

۲. اگر A زیر مجموعه همبند X باشد ، آنگاه $f(A)$ نیز همبند است.

۳. گزاره ۱ و۲ برقرار است.

۴. تصویر وارون هر زیرمجموعه همبند در Y همبند در X است.

۱۰- فرض کنیم (X,d) فضای متری فشرده باشد، دراینصورت

۱. هر زیرمجموعه نامتناهی X دارای یک نقطه انباشتگی است.

۲. X کامل نیست.

۳. X کلا کراندار نیست.

۴. X کراندار نیست.

۱۱- فرض کنیم (X,d) فضای متری و A زیرمجموعه فشرده ای از X و B زیرمجموعه بسته در X باشد بطوریکه $A \bigcap B = \varnothing$. دراینصورت

۱. $d(A,B)=\cdot$

۲. $d(A,B)\geq \cdot$

۳. $d(A,B)>\cdot$

۴. $d(A,B)=d(x_\cdot,y_\cdot)$ به ازای $x_\cdot \in A$ و $y_\cdot \in B$

۱۲- کدام گزاره نادرست است.

۱. هر فضای ناگسسته همبند است.

۲. اگر فضای X رانتوان بصورت اجتماع دوزیرمجموعه غیرتهی بسته وجدا از هم X نوشت، آنگاه X همبند است.

۳. اگر X همبند باشد آنگاه برای هر زیرمجموعه غیرتهی A از X، $\partial A = \varnothing$.

۴. Q ناهمبند است.

۱۳- اگر X ناشمارا باشد، آنگاه توپولوژی متمم شمارا در X

۱. همبند است

۲. فشرده است

۳. متناهی است

۴. همان توپولوژی گسسته در X است

۱۴- فرض کنیم X یک فضا و (A , B) یک جداسازی X باشد.دراینصورت هرگاه Y یک زیرمجموعه همبند X باشد آنگاه

۱. $Y = A$

۲. $Y = B$

۳. $Y\subseteq A$ یا $B\subseteq Y$

۴. $Y\subseteq B$ یا $Y\subseteq A$

۱۵- فرض کنیم X و Y دو فضای همبند باشند ، آنگاه

۱. $X\times Y$ همبند است

۲. $X\times Y$ همبند نیست

۳. $X\times Y$ کامل است

۴. $X\times Y$ فشرده است

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰** **سری سوال : ۱ یک**

عنـــوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی)،ریاضی محض (آنالیز)،ریاضی محض (جبر)،ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۱۰۴۵ - ،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۷۰

۱۶- کدام گزینه درست است.

۱. R ناهمبند است

۲. هر مجموعه باز در R همبند است

۳. هر بازه در R همبند است

۴. R^n ناهمبند است

۱۷- فرض کنیم (X,d) یک فضای متری باشد ، همچنین فرض کنیم X فشرده باشد ، دراینصورت

۱. هر دنباله در X همگرا است

۲. هر دنباله در X دارای زیردنباله ای کراندار است

۳. هر دنباله در X دارای زیردنباله ای همگراست

۴. گزاره ۲ و ۳ درست است

۱۸- فرض کنیم $\{A_i\}_{i\in I}$ خانواده ای اززیرمجموعه های فضای توپولوژیک (x,τ) باشد. دراینصورت

۱. $\bigcap_{i\in I} \overline{A_i} \subseteq \overline{\bigcap_{i\in I} A_i}$

۲. $\bigcup_{i\in I}(A_i^\circ) \subseteq (\bigcup_{i\in I} A_i)^\circ$

۳. $\cap A_i \subseteq (\bigcap_{i\in I} A_i)^\circ$

۴. $(\bigcup_{i\in I} A_i)' \subseteq \bigcup_{i\in I} A_i'$

۱۹- فرض کنیم (x,τ) فضای توپولوزیک و $A \subseteq X$ ، دراینصورت

۱. A باز است اگر وتنها اگر $A \cap \partial A \neq \varnothing$

۲. A بسته است اگر وتنها اگر $A \subseteq \partial A$

۳. A هم بازو هم بسته است ، اگر وتنها اگر $\partial A = \varnothing$

۴. A بسته است اگر وتنها اگر $A \subseteq A'$

۲۰- فرض کنیم X مجموعه ای با n عضو باشد .در اینصورت

۱. حداقل $۲^{۲^n}$ توپولوژی متمایز در X موجود است.

۲. حداکثر $۲^{۲^n}$ توپولوژی متمایز در X موجود است.

۳. حداکثر $۲^{۲^n-۲}$ توپولوژی متمایز در X موجود است.

۴. حداقل $۲^{۲^n-۲}$ توپولوژی متمایز در X موجود است.

سوالات تشریحی

۱- فرض کنیم A زیرمجموعه ای ازفضای X باشدبطوریکه $\overline{A} = X$.در اینصورت اگر U در X باز باشد، آنگاه $\overline{U} = \overline{U \cap A}$. ۱،۴۰ نمره

۲- فرض کنیم $X = R^m$ ، d و ρ مترهای اقلیدسی ومربعی باشند دراینصورت توپولوژی متری در X که به وسیله d و ρ القا میشوند یکسانند. ۱،۴۰ نمره

۳- فرض کنیم X یک فضای هاسدورف و Y زیرمجموعه ای فشرده از آن باشد. دراینصورت هرگاه $x_\circ \in X - Y$ آنگاه دو مجموعه باز جدا از هم مانند U و V وجود دارد که $x_\circ \in U$ و $Y \subseteq V$. ۱،۴۰ نمره

۴- فرض کنیم (X,d) یک فضای متریک و $t\in x$ و $A\subseteq X$ که درآن $A\neq\varnothing$.ثابت کنید هرگاه A زیر مجموعه فشرده ای از X باشد و $B\subseteq X$ ، آنگاه B عضوی مانند t داردبطوریکه $d(t,B)=d(A,B)$. ۱،۴۰ نمره

۵- فرض کنیم X یک فضا باشد.دراینصورت X همبند است اگر وتنها اگر هر تابع پیوسته مانند $f:X\to\{۰,۱\}$ از X بتوی فضای گسسته $\{۰,۱\}$ تابع ثابت باشد. ۱،۴۰ نمره

وضعیت کلید	پاسخ صحیح	د	ج	ب	الف	شمار سوال
عادي	ب			X		۱
عادي	ب			X		۲
عادي	الف	X				۳
عادي	د	X				۴
عادي	د	X				۵
عادي	ب		X			۶
عادي	د			X		۷
عادي	الف		X			۸
عادي	ج		X			۹
عادي	الف				X	۱۰
عادي	ج			X		۱۱
عادي	ج		X			۱۲
عادي	الف		X			۱۳
عادي	د	X				۱۴
عادي	الف		X			۱۵
عادي	ج	X				۱۶
عادي	د	X				۱۷
عادي	ب				X	۱۸
عادي	ج	X				۱۹
عادي	ج				X	۲۰