

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۷۵

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۴ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۹۵ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۸

۱- حاصل عدد $(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2})^{1391}$ کدام است؟

۱. $(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$ ۲. $(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2})$ ۳. $(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$ ۴. $(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2})$

۲- جوابهای معادله $z^n + z^{n-1} + \dots + z + 1 = 0$ با جواب های کدام یک از معادلات زیر برابر است؟

۱. $z \neq -1, z^{n+1} + 1 = 0$ ۲. $z \neq 1, z^{n+1} - 1 = 0$ ۳. $z \neq 1, z^n - 1 = 0$ ۴. $z \neq -1, z^n + 1 = 0$

۳- مکان هندسی نقاطی که در نامعادله $\text{Re}(\frac{1}{z}) \leq \frac{1}{2}$ صدق می کنند کدام مجموعه می باشد؟

۱. خارج و روی دایره به مرکز $(1,0)$ و شعاع ۱ ۲. داخل و روی دایره به مرکز $(1,0)$ و شعاع ۱
۳. خارج و روی دایره به مرکز $(0,1)$ و شعاع ۱ ۴. داخل و روی دایره به مرکز $(0,1)$ و شعاع ۱

۴- مکان هندسی نقاطی از صفحه مختلط که در رابطه $\frac{z+1+i}{2z-3i} = \frac{1}{2}$ صدق می کند کدام است؟

۱. خط راست ۲. دایره ۳. بیضی ۴. هذلولی

۵- در مورد تابع $f(z) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2} + i \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2} & z = x + iy \neq 0 \\ 0 & z = 0 \end{cases}$ کدام گزینه صحیح است؟

۱. این تابع در $z=0$ مشتق پذیر نیست و در این نقطه در روابط کوشی ریمان صدق نمی کند.
۲. این تابع در $z=0$ مشتق پذیر است ولی در این نقطه در روابط کوشی ریمان صدق نمی کند.
۳. این تابع در $z=0$ مشتق پذیر نیست ولی در این نقطه در روابط کوشی ریمان صدق می کند.
۴. این تابع در $z=0$ مشتق پذیر است و در این نقطه در روابط کوشی ریمان صدق می کند.

۶- تصویر خط $y = \frac{1}{2}$ تحت تبدیل $w = z^2$ در صفحه w کدام است؟

۱. $u = \frac{1}{4} - v^2$ ۲. $u = v^2 - \frac{1}{4}$ ۳. $u = \frac{1}{4}$ ۴. $u^2 + v^2 = \frac{1}{4}$

۷- تصویر خط افقی $y = k \neq 0$ تحت نگاشت $w = \sin z$ کدام است؟

۱. خط راست افقی ۲. خط راست قائم ۳. هذلولی ۴. بیضی

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۷۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۴ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۹۵ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۸

۸- کدام نقطه، یک نقطه تکین تابع $\tanh z$ می باشد؟

۱. $\frac{3\pi}{2}i$ ۲. πi ۳. π ۴. $\frac{5\pi}{2}$

۹- مقدار اصلی عدد $(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})^{3\pi}$ کدام است؟

۱. $e^{-\pi}$ ۲. e^{π} ۳. e^{π^2} ۴. $e^{-\pi^2}$

۱۰- یک مزدوج موزون برای تابع $u(x, y) = \sin(x^2 - y^2) \cosh 2xy$ عبارت است از:

۱. $v(x, y) = \cos 2xy \sinh(x^2 - y^2)$ ۲. $v(x, y) = \cos(x^2 - y^2) \sinh 2xy$
۳. $v(x, y) = \cos(x^2 - y^2) \cosh 2xy$ ۴. $v(x, y) = \sin 2xy \cosh(x^2 - y^2)$

۱۱- هرگاه C مسیر بین $-i$ و i و در جهت $-i$ به i باشد، حاصل $\int_C (x^2 + iy^2) dz$ کدام است؟

۱. 0 ۲. π ۳. $-\frac{2}{3}$ ۴. $-\frac{1}{3}$

۱۲- مقدار انتگرال $\int_{|z|=1} \frac{z^4 + 1}{(z+1)^3} dz$ برابر است با:

۱. $-\frac{3\pi i}{8}$ ۲. $\frac{\pi i}{8}$ ۳. $\frac{3\pi}{8}$ ۴. $\frac{3\pi i}{8}$

۱۳- با توجه به سری لوران $f(z) = \frac{1 - \cos z}{z^2}$ نقطه $z = 0$ چه نوع نقطه ای برای $f(z)$ است؟

۱. تکین اساسی ۲. تکین بیمایه ۳. قطب مرتبه اول ۴. قطب مرتبه دوم

۱۴- نقطه $z = \infty$ چه نوع نقطه ای برای تابع $f(z) = e^z$ است؟

۱. تکین اساسی ۲. تکین بیمایه ۳. نقطه عادی ۴. قطب مرتبه دوم

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۷۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۴ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۹۵ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۸

-۱۵

مانده تابع $f(z) = \frac{e^{\frac{1}{z^2}}}{z^2}$ در نقطه $z = 0$ کدام است؟

۱. $\frac{1}{2}$ ۲. -1 ۳. 1 ۴. ۰

-۱۶

مانده تابع $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$ در نقطه $z = 0$ کدام است؟

۱. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n+1)!}$ ۲. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(n+1)!}$ ۳. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$ ۴. ۰

-۱۷

مانده تابع $f(z) = \frac{2-z^2}{2+z^2} \cdot \frac{1}{z}$ در بینهایت کدام است؟

۱. $\frac{1}{2}$ ۲. 0 ۳. -1 ۴. ۱

-۱۸

هرگاه f در D بجز $z_0 \in D$ که قطب مرتبه m ام f است، تحلیلی باشد، در اینصورت z_0 چه نقطه ای برای

$$g(z) = \begin{cases} \frac{1}{f(z)} & z \neq z_0 \\ 0 & z = z_0 \end{cases}$$

است؟

۱. صفر مرتبه m ام ۲. قطب مرتبه m ام ۳. تکین اساسی ۴. تکین بیمایه

-۱۹

حاصل انتگرال $\int_{|z|=1} \frac{\sinh z}{z^6} dz$ کدام است؟

۱. $\frac{2\pi i}{6!}$ ۲. $\frac{2\pi i}{5!}$ ۳. $\frac{2\pi i}{4!}$ ۴. $\frac{2\pi i}{3!}$

-۲۰

مقدار $\int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + 4} dx$ برابر است با:

۱. $\frac{\pi}{2e}$ ۲. $-\frac{\pi}{e^2}$ ۳. $\frac{\pi}{2e^2}$ ۴. $\frac{\pi}{e^2}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۷۵

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۴)، آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۹۵)، ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۳۷۸۸)

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- نشان دهید که تابع $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + e^{-x} \cos y$ موزون است و سپس مزدوج موزون و تابع تحلیلی $f(z) = u + iv$ را به دست آورید.

۱.۴۰ نمره

۲- تصویر نوار نیمه منتهای $x \geq 0$ و $\frac{1}{2} \leq y \leq 1$ را تحت نگاشت $w = \frac{-i}{z}$ به دست آورید.

۱.۴۰ نمره

۳- انتگرال $\int_C |z| dz$ را که در آن C دایره واحد است و در جهت مثلثاتی طی می شود، محاسبه کنید.

۱.۴۰ نمره

۴- قضیه: اصل ماکزیمم قدر مطلق را بیان و اثبات کنید.

۱.۴۰ نمره

۵- حاصل انتگرال های زیر را به کمک قضیه مانده ها به دست آورید.

(ب)

$$\int_{|z|=1} z^n e^{\frac{2}{z}} dz \quad (\text{الف})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2 - \sin \theta}$$

شماره سوال	الف	ب	ج	د	پاسخ صحیح	وضعیت کلید
۱		X			الف	عادی
۲				X	ب	عادی
۳	X				الف	عادی
۴				X	الف	عادی
۵				X	ج	عادی
۶		X			ب	عادی
۷				X	د	عادی
۸	X				الف	عادی
۹		X			د	عادی
۱۰	X				ب	عادی
۱۱		X			ج	عادی
۱۲	X				د	عادی
۱۳				X	ب	عادی
۱۴	X				الف	عادی
۱۵	X				د	عادی
۱۶		X			الف	عادی
۱۷			X		د	عادی
۱۸		X			الف	عادی
۱۹	X				ب	عادی
۲۰				X	ج	عادی