

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض
هندسه، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات) ۱۱۱۱۰۳۸ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۱- کدام گزینه درست است.

۱. Q در R چگال است.

۲. اصل کمال در مجموعه اعداد گویا برقرار است.

۳. در اعداد حقیقی خاصیت ارشمیدسی برقرار نیست.

۴. اگر p عددی اول باشد، آنگاه \sqrt{p} گویا است.

۲- فرض کنید $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1+\frac{1}{n}}$ یک دنباله باشد مقدار حد پایین این دنباله برابر است با

۱. 1

۲. e

۳. $-e$

۴. $-e$

۳- اگر $A = \{x \mid x \in R, x > 0, x^2 > 2\}$ آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱. $\sup A = -\sqrt{2}$

۲. $\sup A$ موجود نیست.

۳. $\inf A = 0$

۴. $\inf A$ موجود نیست.

۴- کدامیک از سریهای زیر همگراست؟

۱. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

۲. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

۳. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{\log n}}$

۴. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\log n)^n}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات) ۱۱۱۱۰۳۸ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۵- در مورد سری نامنفی $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ کدام گزینه درست است؟

۱. اگر $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ ، آنگاه سری واگراست.

۲. اگر $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$ ، آنگاه سری همگراست.

۳. اگر $\lim_{n \rightarrow \infty} n(1 - \frac{a_{n+1}}{a_n}) < 1$ ، آنگاه سری همگراست.

۴. اگر $\lim_{n \rightarrow \infty} n(1 - \frac{a_{n+1}}{a_n}) > 1$ ، آنگاه سری همگراست.

۶- کدام گزاره درست است؟

۱. سری نامنفی $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ همگرا است اگر و فقط اگر دنباله $\{a_n\}$ کرندار باشد.

۲. سری توافقی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^a}$ به ازای $a \leq 1$ همگرا و به ازای $a > 1$ واگراست.

۳. سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{a^n}$ برای $a > 1$ همگرا و برای $0 < a < 1$ واگراست.

۴. اگر $\{a_n\}$ نامنفی باشد $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ همگراست اگر و فقط اگر $\sum_{k=0}^{\infty} 2^k a_{2^k}$ همگرا باشد.

۷- در فضای متریک (M, d) کدام حکم برقرار است؟

۱. اشتراک هر خانواده از مجموعه های باز، باز است.

۲. اجتماع هر خانواده از مجموعه های بسته، بسته است.

۳. اجتماع هر خانواده از مجموعه های باز، بسته است.

۴. اشتراک هر خانواده از مجموعه های بسته، بسته است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات) ۱۱۱۱۰۳۸ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۸- فرض کنید M یک فضای متریک و A زیرفضایی از آن باشد. در این صورت $C \subseteq A$ در A بسته است اگر و فقط اگر ...

۱. مجموعه بسته ای مانند F در M بتوان یافت که $C = A \cap F$
۲. مجموعه بسته ای مانند F در M بتوان یافت که $F = A \cap C$
۳. مجموعه بسته ای مانند F در M بتوان یافت که $F = A \cup C$
۴. مجموعه فشرده ای مانند K در M بتوان یافت که $C = A \cap K$

۹- در فضای متریک (M, d) کدام گزاره نادرست است؟

۱. اگر $A \subseteq M$ بسته و کراندار آنگاه A فشرده است.
۲. اگر F بسته و K فشرده آنگاه $F \cap K$ فشرده است.
۳. اگر M فشرده باشد آنگاه هر زیرمجموعه نامتناهی M دارای یک نقطه انباشتی در M است.
۴. اگر $A \subseteq M$ فشرده باشد آنگاه A بسته است.

۱۰- کدامیک از گزاره های زیر درست است؟

۱. هر مجموعه متناهی فشرده نیست.
۲. $(0, 1)$ فشرده نیست.
۳. در (R, d) ، d متریک معمولی، Q در R فشرده است.
۴. در (R, d) ، d متریک معمولی، R فشرده است.

۱۱- اگر $E = (1, 2) \cup \{7\}$ آنگاه \overline{E}° عبارتست از

۱. $(1, 2) \cup \{7\}$
۲. $(1, 2)$
۳. $[1, 2] \cup \{7\}$
۴. $[1, 2]$

۱۲- کدام عبارت درست است.

۱. اگر A و B همبند باشند آنگاه $A \cup B$ همبند است.
۲. اگر A_1 و A_2 همبند باشند و $A_1 \subseteq B \subseteq A_2$ ، B همبند است.
۳. اگر A همبند باشد آنگاه \overline{A} همبند است.
۴. بازه $[0, 1]$ در (R, d) با متریک گسسته همبند است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات) ۱۱۱۱۰۳۸ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۱۳- فرض کنید f تابعی حقیقی و پیوسته بر فضای متری باشد قرار میدهم $Z(f) = \{x \in X \mid f(x) = 0\}$ در این صورت کدام عبارت در مورد $Z(f)$ درست است؟

۱. نه بسته و نه باز است. ۲. بسته است. ۳. باز است. ۴. هیچکدام

۱۴- اگر f و g پیوسته یکنواخت باشند، کدام تابع پیوسته یکنواخت است؟

۱. $\frac{f}{g}$ ۲. $f + g$ ۳. $\frac{1}{g}$ ۴. fg

۱۵- اگر (X, d_X) و (Y, d_Y) دو فضای متریک و $f: X \rightarrow Y$ پیوسته باشد آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱. اگر $E \subseteq X$ فشرده آنگاه $f(E)$ فشرده است.
۲. f سوپریم و اینفیمم مقادیر خود را در نقطه ای از X می گیرد.
۳. اگر $A \subseteq X$ باز آنگاه $f(A)$ باز است.
۴. f^{-1} پیوسته است.

۱۶- اگر $A \subseteq \mathbb{R}$ و A مجموعه ای نافشرده باشد آنگاه

۱. هر تابع پیوسته بر A کراندار است.
۲. هر تابع پیوسته و کراندار بر A ماکسیمم دارد.
۳. اگر A کراندار باشد، تابعی پیوسته بر A هست که پیوسته یکنواخت نیست.
۴. هر تابع پیوسته بر A می نیمم خود را بر این مجموعه اختیار می کند.

۱۷- اگر $f(x) = \begin{cases} \sin x & x \in Q \\ \cos x & x \notin Q \end{cases}$ تابع f در چه نقاطی پیوسته است؟

۱. $x = 2k\pi - \frac{\pi}{4}$ ۲. $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ ۳. $x = k\pi + \frac{\pi}{6}$ ۴. $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات) (۱۱۱۱۰۳۸ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶)

۱۸- کدامیک از توابع زیر در $x = 0$ مشتق پذیر نیست؟

$$f(x) = \begin{cases} x + 2x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad .2$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad .1$$

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad .4$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad .3$$

۴. حد وجود ندارد.

۱. ۳

۲. e

۱. ∞

۲۰- فرض کنیم $n \geq 1$ و تابع f دارای مشتق مرتبه n و پیوسته بر بازه (a, b) باشد و در نقطه ای مانند c از $f^{(n)}(c) \neq 0$ و $f'(c) = f''(c) = \dots = f^{(n-1)}(c) = 0$ ، (a, b) در این صورت

۱. اگر n فرد، آنگاه c نقطه مینیمم و ماکسیمم موضعی نیست.

۲. اگر n زوج، آنگاه c نقطه مینیمم و ماکسیمم موضعی نیست.

۳. اگر n زوج، آنگاه در حالت $f^{(n)}(c) > 0$ تابع f در نقطه c دارای ماکسیمم موضعی است.

۴. اگر n فرد، آنگاه در حالت $f^{(n)}(c) < 0$ تابع f در نقطه c دارای ماکسیمم موضعی است.

سوالات تشریحی

۱۴۰ نمره

۱- الف) صورت قضیه (ددکیند) را بیان کنید.

ب) با فرض برقراری قضیه (ددکیند)، نشان دهید اگر L یک زیر مجموعه غیر تهی از اعداد حقیقی و از بالا کراندار باشد، آن گاه L سوپریمم دارد.

۱۴۰ نمره

۲- فرض کنید سری نامنفی $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ همگرا باشد. نشان دهید سریهای $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ و $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ نیز همگرا هستند.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات) ۱۱۱۱۰۳۸ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۱.۴۰ نمره

۳- الف) قضیه هاینه-بورل را بیان و اثبات کنید.

ب) ثابت کنید $A = \left\{ \frac{1}{n} \mid n = 1, 2, \dots \right\} \cup \{0\}$ در R فشرده است.

۱.۴۰ نمره

۴- فرض کنید X و Y دو فضای متریک و f تابعی پیوسته از X به Y باشد. ثابت کنید اگر $F \subseteq X$ فشرده باشد، آن گاه $f(F)$ فشرده است.

۱.۴۰ نمره

۵- الف) قضیه (میانگین تعمیم یافته) ثابت کنید اگر دو تابع حقیقی مقدار f و g بر $[a, b]$ پیوسته و بر (a, b) مشتق پذیر باشند، آن گاه نقطه ای مانند c وجود دارد به طوری که
$$(f(b) - f(a))g'(c) = g(b) - g(a)f'(c)$$

ب) فرض کنید f به ازای هر $x > 0$ تعریف شده و مشتق پذیر باشد و $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$ قرار می‌دهیم

$g(x) = f(x+1) - f(x)$ ثابت کنید $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$ (راهنمایی: قضیه مقدار میانگین را به کار ببرید)

شماره سوال	الف	ب	ج	د	پاسخ صحیح	وضعیت کلید
۱	X				الف	عادی
۲				X	ب	عادی
۳		X			ب	عادی
۴		X			ج	عادی
۵			X		د	عادی
۶	X				ج	عادی
۷				X	د	عادی
۸	X				الف	عادی
۹			X		الف	عادی
۱۰			X		ب	عادی
۱۱		X			د	عادی
۱۲	X				ج	عادی
۱۳	X				ب	عادی
۱۴		X			ب	عادی
۱۵			X		الف	عادی
۱۶				X	ج	عادی
۱۷				X	ب	عادی
۱۸		X			د	عادی
۱۹				X	ج	عادی
۲۰	X				الف	عادی