

نام درس: آمار و احتمال ۲

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض و کاربردی) - علوم کامپیوتر

تعداد کل صفحات: ۳

کد درس: ریاضی: ۱۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر: ۱۱۱۷۰۷۸

* استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱. اگر X دارای چگالی احتمال $f(x)$ باشد، چگالی $g(y)$ ، برای $Y = |X|$ عبارت است از:الف. $f(y) - f(-y)$ ب. $f(y)$ ج. $f(y) + f(-y)$ د. $f(-y)$ ۲. اگر X_1, X_2 مستقل با توزیع نمایی با پارامترهای θ_1, θ_2 باشند توزیع $Y = X_1 + X_2$ وقتی $\theta_1 \neq \theta_2$ باشد عبارت است از:الف. $f(y) = \frac{1}{\theta^2} y e^{-y/\theta}$ ، $y > 0$ ب. $f(y) = \frac{1}{\theta_1 - \theta_2} (e^{-y/\theta_1} - e^{-y/\theta_2})$ ، $y > 0$ ج. $f(y) = \frac{1}{\theta_1 - \theta_2} (e^{-y/\theta_1} + e^{-y/\theta_2})$ ، $y > 0$ د. هیچکدام۳. اگر X_1, X_2 دارای نمایی با چگالی $\theta = 1$ باشند چگالی $Z = \frac{X_1}{X_1 + X_2}$ عبارت است از:الف. یکنواخت با $\beta = 1, \alpha = 0$ ب. گاما با $\beta = 1, \alpha = 1$ ج. نمایی با $\theta = 2$ د. هیچکدام۴. اگر X دارای چگالی احتمال $f(x) = \begin{cases} x e^{-x^2} & x = 0 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$ تابع توزیع $Y = X^2$ عبارت است؟الف. $G(y) = y e^{-y}$ ، $y > 0$ ب. $G(y) = e^{-y}$ ، $y > 0$ ج. $G(y) = 1 - e^{-y}$ ، $y > 0$ د. هیچکدام۵. اگر $X_i \sim P(\lambda_i)$ باشد و X_1, X_2 مستقل باشند، توزیع $Y = X_1 + X_2$ چیست؟الف. $P(\lambda_1 + \lambda_2)$ ب. نمایی با پارامتر $\lambda_1 + \lambda_2$ ج. گاما با پارامترهای $\lambda_1 + \lambda_2, 2$ د. هیچکدام۶. اگر $X = \ln y$ دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشد، چگالی Y الف. نرمال پارامترهای $(\ln \mu, \ln \sigma^2)$ ب. لاگ نرمال با پارامترهای (μ, σ^2) ج. نرمال با پارامترهای (μ, σ^2) د. لاگ نرمال با پارامترهای $(\ln \mu, \ln \sigma^2)$ ۷. برای یک نمونه تصادفی X_1, \dots, X_n از جامعه نامتناهی با میانگین μ و واریانس σ^2 ، میانگین و واریانس \bar{X} چقدر است؟الف. μ, σ^2 ب. $\mu, n\sigma^2$ ج. $n\mu, n\sigma^2$ د. $\mu, \frac{\sigma^2}{n}$ ۸. طبق قانون اعداد بزرگ $p(|\bar{X} - \mu| < c)$ حداقلالف. $\frac{\sigma^2}{nc^2}$ ب. $1 - \frac{\sigma^2}{nc^2}$ ج. $1 - \frac{c^2}{n\sigma^2}$ د. $1 - \frac{nc^2}{\sigma^2}$

نام درس: آمار و احتمال ۲

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض و کاربردی) - علوم کامپیوتر

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ریاضی: ۱۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر: ۱۱۱۷۰۷۸

تعداد کل صفحات: ۳

۹. اگر X_1, X_2 دارای توزیع نرمال μ, σ^2 باشند، توزیع $X_1^2 + X_2^2$ چیست؟الف. $\chi^2(4)$ ب. $\chi^2(2)$ ج. نرمال با میانگین ۰ و واریانس ۴ د. $f(2,0)$ ۱۰. با مفروضات مسئله ۷ و فرض نرمال بودن، $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$ دارای توزیعالف. نرمال استاندارد ب. $\chi^2_{(1)}$ ج. $\chi^2_{(n-1)}$ د. $t(1)$ ۱۱. اگر $X \sim \chi^2_\nu$ ، $P(X \geq c) = 1 - \alpha$ باشد در این صورت c برابر است با:الف. $\chi^2_{\alpha, \nu}$ ب. $\chi^2_{1-\alpha, \nu}$ ج. $\chi^2_{\alpha, \nu}$ د. $\chi^2_{\alpha/\nu, \nu}$ ۱۲. با مفروضات مسئله ۱۰ $\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$ دارای توزیعالف. $\chi^2_{(n-1)}$ ب. $t_{(n-1)}$ ج. نرمال استاندارد د. $t(1)$ ۱۳. f_{α, ν_1, ν_2} برابر است با:الف. $f_{1-\alpha, \nu_1, \nu_2}$ ب. $1/f_{\alpha, \nu_1, \nu_2}$ ج. $\frac{1}{f_{1-\alpha, \nu_1, \nu_2}}$ د. $\frac{1}{f_{1-\alpha, \nu_1, \nu_2}}$ ۱۴. اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع دو جمله ای باشد، کدام یک، از موارد زیر یک آمار بسنده برای θ است.الف. \bar{X} ب. $\sum_{i=1}^n X_i$ ج. $\prod_{i=1}^n X_i$ د. الف و ب هر دو صحیح است.۱۵. برآورده کننده در سستمائی ماکسیمم θ برای یک توزیع نمائی با پارامتر θ چیست؟ (نمونه تصادفی به حجم n)الف. $\sum_{i=1}^n X_i$ ب. $\prod_{i=1}^n X_i$ ج. $\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n-1}$ د. $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ ۱۶. W متغیر تصادفی مستقل دارای توزیع های دو جمله ای با پارامترهای $\theta, n=3$ در نظر بگیرید. اگر n_0 تا از آنهامقادیر ۰، n_1 تا مقدار ۱، n_2 تا مقدار ۲، n_3 تا مقدار ۳ را اختیار کنند از روش گشتاوری برآورد θ عبارت است از:الف. $\frac{n_1 + 2n_2 + 3n_3}{3}$ ب. $\sum_{i=1}^3 n_i$ ج. $\frac{n_0 + n_1 + 2n_2 + 3n_3}{4}$ د. $\frac{n_1 + 2n_2 + 3n_3}{3}$ ۱۷. در سوال قبل برآورد θ به روش درستنمائی ماکسیمم چگونه است؟الف. $\frac{n_1 + 2n_2 + 3n_3}{3}$ ب. $\frac{\sum_{i=1}^3 n_i}{3}$ ج. $\frac{n_0 + n_1 + 2n_2 + 3n_3}{4}$ د. $\frac{n_1 + 2n_2 + 3n_3}{3}$

نام درس: آمار و احتمال ۲

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض و کاربردی) - علوم کامپیوتر

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ریاضی: ۱۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر: ۱۱۱۷۰۷۸

تعداد کل صفحات: ۳

۱۸. کدام عبارت صحیح نیست؟

الف. روش درستنمایی ماکزیم دارای خاصیت ناوردایی است.

ب. لزوماً برآوردهای درستنمایی ماکسیم یکتا هستند.

ج. طبق خاصیت $\forall c \lim_{n \rightarrow \infty} p(|\hat{\theta} - \theta| < c) \rightarrow 0$

د. هیچکدام

۱۹. با توجه به اطلاعات زیر حد پائین یک فاصله اطمینان ۹۵٪ برای μ چقدر است؟

$$\bar{X} = 66/3 \quad S = 8/4 \quad t_{0.025, 11} = 2/0201$$

الف. ۶۲

ب. ۶۱

ج. ۶۰

د. ۷۱/۶

۲۰. توان آزمون عبارت است از:

الف. $P_{H_0}(H_0)$ (رد H_0) ب. $P_{H_1}(H_0)$ (رد H_1) ج. $P_{H_1}(H_1)$ (رد H_1) د. $P_{H_0}(H_1)$ (رد H_0)

سوالات تشریحی:

۱. الف) اگر X_1, X_2, \dots, X_n دارای توزیع یکنواخت با $B=1, \alpha=0$ و مستقل باشند توزیع $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ را بیابید.ب) اگر $F(x)$ تابع توزیع X باشد، توزیع $Y = F(X)$ را بدست آورید.۲. اگر تعداد دقیقی که پزشکی صرف معاینه بیماری می‌کند متغیری تصادفی باشد که دارای توزیع نمایی با پارامتر $\theta = 9$ است، احتمال آنکه پزشک حداقل ۲۰ دقیقه صرف معاینه ۲ بیمار کند چقدر است؟

۳. الف) قضیه حد مرکزی را بیان کنید.

ب) صحت اتحاد زیر را ثابت کنید. $\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 + n(\bar{X} - \mu)^2$ ۴. اگر X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی به اندازه n از جامعه ای به صورت $F(x, \theta) = \begin{cases} \frac{2(\theta - x)}{\theta^2} & 0 < x < \theta \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$ باشد برآورد کننده ای برای θ به روش گشتاور ها بدست آورید.

۵. داده های زیر توزیع ارقامی هستند که در یک کنتور از تعداد ذره های خارج شده

از یک ماده رادیواکتیو در ۱۰۰ فاصله زمانی ۴۰ ثانیه ای ثبت شده اند.

آیا داده ها تشکیل یک نمونه تصادفی از توزیع نرمال با $\mu = 20$, $\sigma = 5$ را می دهد؟

(در سطح ۵ درصد آزمون کنید)

$$\chi^2_{0.05, 6} = 12/59$$

تعداد ذره ها	فراوانی
۵-۹	۱
۱۰-۱۴	۱۰
۱۵-۱۹	۳۷
۲۰-۲۴	۳۶
۲۵-۲۹	۱۳
۳۰-۳۴	۲
۳۵-۳۹	۱