

نام درس: آمار و احتمال (۱)

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض و کاربردی) - علوم کامپیوتر

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ریاضی: ۱۱۱۷۰۲۰ - علوم کامپیوتر: ۱۱۱۷۰۷۷

تعداد کل صفحات: ۵

* استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱. کدامیک از موارد زیر درست است؟

$$\text{الف. } \binom{n}{r} = \binom{n-1}{r} + \binom{n-2}{r-1} \quad \text{ب. } \binom{n}{r} = \frac{(n-r)(n-1)!}{r!(n-r)!}$$

$$\text{ج. } \binom{n}{r} = \binom{n-1}{r} + \binom{n-1}{r-1} \quad \text{د. } \binom{n}{r} = \frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-r)!}$$

۲. اگر A, B دو پیشامد باشند به طوری که: $P(A \cap B) = \frac{5}{100}$, $P(A \cap \bar{B}) = \frac{45}{100}$, $P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{10}$ آنگاه: $(\bar{A} \text{ مکمل } A)$

$$\text{الف. } P(B|\bar{A}) = 0.1, P(A|B) = 0.2, P(B|\bar{A}) = \frac{1}{3}$$

$$\text{ب. } P(A|B) = 0.2, P(B|A) = 0.1, P(B|\bar{A}) = \frac{1}{3}$$

$$\text{ج. } P(A|B) = \frac{1}{3}, P(B|A) = 0.1, P(B|\bar{A}) = 0.2$$

$$\text{د. } P(B|A) = 0.2, P(B|\bar{A}) = \frac{1}{3}, P(A|B) = 0.1$$

۳. می‌خواهیم یک گروه علمی ۵ نفری متشکل از ۵ دانشجوی رشته ریاضی و ۳ دانشجوی رشته علوم کامپیوتر تشکیل دهیم، احتمال این که در این گروه علمی ۲ دانشجوی کامپیوتر و ۳ دانشجوی ریاضی شرکت داشته باشند، برابر است با:

$$\text{الف. } \frac{12}{56} \quad \text{ب. } \frac{5}{28} \quad \text{ج. } \frac{1}{56} \quad \text{د. } \frac{15}{28}$$

۴. اگر برای پیشامدهای A, B از S داشته باشیم: $P(B) = 0.9$, $P(A|B) = 0.2$, $P(A|\bar{B}) = 0.7$ آنگاه $P(A)$ برابر است با:

$$\text{الف. } 0.25 \quad \text{ب. } 0.75 \quad \text{ج. } 0.95 \quad \text{د. } 0.85$$

۵. اگر A, B دو پیشامد مستقل باشند، کدامیک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

$$\text{الف. } P(A \cap \bar{B}) = 0 \quad \text{ب. } P(A - B) = P(A) P(\bar{B})$$

$$\text{ج. } P(A - B) = P(A) - P(B) \quad \text{د. } P(A \cap B) = 0$$

نام درس: آمار و احتمال (۱)

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض و کاربردی) - علوم کامپیوتر

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ریاضی: ۱۱۱۷۰۲۰ - علوم کامپیوتر: ۱۱۱۷۰۷۷

تعداد کل صفحات: ۵

۶. X متغیری تصادفی با میانگین ۱۰ و واریانس یک است. احتمال این که X بین ۸ و ۱۲ قرار گیرد برابر است با: (حداقل مقدار)

د. ۰/۹۴

ج. ۰/۹۰

ب. ۰/۸۵

الف. ۰/۷۵

۷. در یک توزیع دو جمله‌ای، میانگین تعداد موفقیت‌ها در n آزمایش برابر ۷ و انحراف معیار ۲ است. احتمال اینکه تعداد موفقیت‌ها حداقل برابر یک باشد، برابر است با:

د. $\frac{7^n - 4^n}{7^n}$

ج. $\left(\frac{4}{7}\right)^n$

ب. $\frac{4^n - 7^n}{4^n}$

الف. $\frac{7^n - 4^n}{4^n}$

۸. X دارای توزیع پواسن می‌باشد به طوری که $P(X=1) = P(X=2)$ ، در این صورت $P(X=1)$ یا $P(X=2)$ برابر است با:

د. قابل محاسبه نیست.

ج. e^{-2}

ب. $4e^{-2}$

الف. e^{-1}

۹. سه سکه همگن را پرتاب می‌کنیم احتمال این که در پنجمین مرتبه از تکرار این عمل، برای دومین بار، سه شیر یا سه خط به دست آوریم عبارت است از:

د. $\frac{135}{512}$

ج. $\frac{27}{256}$

ب. $\frac{9}{16}$

الف. $\frac{1}{16}$

۱۰. اگر X دارای توزیع پواسن با پارامتر θ باشد، آنگاه $E(X(X+1))$ برابر است با:

د. $2\theta - \theta^2$

ج. $2\theta + \theta^2$

ب. $\theta + 2\theta^2$

الف. $\theta + \theta^2$

۱۱. در صورتی که X, Y مستقل و $X \sim N(1, (\sqrt{2})^2)$ ، $Y \sim N(2, 2^2)$ ، آنگاه $\text{var}(XY+2)$ برابر است با:

د. ۲۴

ج. ۲۰

ب. ۱۶

الف. ۱۲

۱۲. تابع چگالی احتمال توأم X, Y عبارت است از: $f(x, y) = \begin{cases} k e^{-x} \cdot e^{-y}, & 0 \leq y \leq x \leq \infty \\ 0, & \text{سایر جاها} \end{cases}$ در این صورت ضریب k برابر است با:

د. $\frac{1}{2}$

ج. ۱

ب. $\frac{3}{2}$

الف. ۲

نام درس: آمار و احتمال (۱)

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض و کاربردی) - علوم کامپیوتر

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ریاضی: ۱۱۱۷۰۲۰ - علوم کامپیوتر: ۱۱۱۷۰۷۷

تعداد کل صفحات: ۵

۱۳. در تابع چگالی $f(x, y) = 2e^{-(x+2y)}$, $x > 0$, $y > 0$ توزیع حاشیه ای $f(x)$ عبارت است از:

الف. e^{-x} , $x > 0$

ب. e^{-2y} , $y > 0$

ج. xe^{-x} , $x > 0$

د. $2e^{-x}$, $x > 0$

۱۴. متغیر تصادفی X با میانگین یک و واریانس ۴ مفروض است در این صورت برای مقادیر

$$a = E[(X-1)^2], \quad b = E[(X-3)^2], \quad c = E(X^2)$$

الف. $c < a < b$

ب. $a < b < c$

ج. $a < c < b$

د. $b < a < c$

۱۵. اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع $N(1, 1)$ با تابع مولد گشتاورهای $M_X(t) = e^{\mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2}}$ باشد. واریانس e^X برابر است با:

الف. $e - 1$

ب. e^3

ج. $e(e^3 - 1)$

د. $e^3(e - 1)$

۱۶. اگر متغیرهای تصادفی Y, X دارای تابع چگالی توأم زیر باشند:

$$f(x, y) = \begin{cases} 2, & 0 \leq X \leq Y \leq 1 \\ 0, & \text{جای دیگر} \end{cases}$$

صورت کدام رابطه صحیح است؟

الف. Y, X مستقلند.

ب. $P(2X < Y) = 1$

ج. $P(X > Y) = \frac{1}{2}$

د. $P(X < Y) = 1$

۱۷. توزیع احتمال توأم دو متغیر تصادفی Y, X مطابق جدول زیر است. کوواریانس Y, X کدام است؟

$X \backslash Y$	۱	۲
۰	۰/۴	۰/۲
۱	۰/۳	۰/۱

د. ۰/۲۳

ج. ۲٪

ب. ۰/۴۲

الف. ۲٪ -

نام درس: آمار و احتمال (۱)

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض و کاربردی) - علوم کامپیوتر

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ریاضی: ۱۱۱۷۰۲۰ - علوم کامپیوتر: ۱۱۱۷۰۷۷

تعداد کل صفحات: ۵

۱۸. توزیع‌های حاشیه‌ای X و Y عبارتند از:

x	۰	۱
$f_1(x)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

y	۱	۲
$f_2(y)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

و نیز می‌دانیم که $f(x=1, y=1) = \frac{1}{4}$ در این صورت، واریانس $Z = 3x + y - 12$ برابر است با:

د. $\frac{9}{16}$

ج. $\frac{3}{16}$

ب. $\frac{19}{16}$

الف. $\frac{93}{16}$

۱۹. توزیع متغیر تصادفی X به صورت زیر است:

$$f(x) = \binom{10}{x} \left(\frac{2}{3}\right)^x \left(\frac{1}{3}\right)^{10-x}, \quad x=0, 1, 2, \dots, 10$$

د. ۲۲ درصد

ج. ۳۵/۲۲ درصد

ب. ۲۲/۳۶ درصد

الف. ۳۶ درصد

۲۰. در منحنی‌هایی که دارای کشیدگی به سمت چپ می‌باشند، کدام مورد صادق است؟

ب. میانه < میانگین < مد

الف. میانه > میانگین > مد

د. میانگین < میانه < مد

ج. میانگین > میانه > مد

«سؤالات تشریحی»

۱. الف. اگر $\{B_1, B_2, \dots, B_k\}$ افرازی از فضای نمونه‌ای S ، $P(B_i) > 0$ باشد ثابت کنید برای هر پیشامد A داریم:

$$P(A) = \sum_{i=1}^k P(A|B_i) P(B_i)$$

ب. ثابت کنید احتمال‌های شرطی در سه اصل موضوع احتمال صادق‌اند.

۲. فرض کنید تابع چگالی توأم متغیرهای تصادفی X, Y به صورت زیر باشد:

$$f(x, y) = \begin{cases} x^{-1}, & 0 < y \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

الف. کوواریانس X, Y را بیابید.ب. واریانس‌های X, Y را محاسبه کنید.

نام درس: آمار و احتمال (۱)

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض و کاربردی) - علوم کامپیوتر

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ریاضی: ۱۱۱۷۰۲۰ - علوم کامپیوتر: ۱۱۱۷۰۷۷

تعداد کل صفحات: ۵

۳. الف. برای تابع چگالی توأم X, Y زیر، امید ریاضی X را بیابید.

$$f(x, y) = \begin{cases} \binom{x}{y} \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{x}{15}\right), & x=1, 2, 3, 4, 5, y=0, 1, \dots, x \\ 0, & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

ب. فرض کنید X_1, X_2 دو متغیر تصادفی مستقل با میانگین‌های یک و واریانس‌های یک باشند، واریانس $X_1 \times X_2$ را بیابید.۴. تابع مولد گشتاورهای توزیع گاما را محاسبه نموده و با استفاده از آن مقادیر μ'_1, μ'_2 و σ^2 را برای این توزیع به دست آورید.۵. متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی $f(x) = \frac{x^n}{n!} e^{-x}$, $x \geq 0$ است. با استفاده از قضیه چیبیشف مقدار $P(0 < X < 2n+2)$ را بیابید.