

نام درس: معادلات دیفرانسیل

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی کامپیوتر: ۱۱۱۱۰۹۴- ریاضی: ۱۱۱۱۰۳۶- فیزیک: ۱۱۱۱۰۲۰- زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۴۰ نمره تشریحی ۸۰ نمره

فناوری اطلاعات: ۱۱۱۱۰۱- مهندسی صنایع: ۱۱۱۱۱۰- طرح تجميع، بخش مهندسی اجرایی: ۱۱۱۱۱۰

۱. هر معادله جدا شدنی است.

الف. یک معادله خطی

ب. یک معادله کامل

ج. قابل تبدیل به یک معادله برنولی

د. قابل تبدیل به یک معادله همگن

۲. معادله $(x^2 - 1) dy - x(xy^3 - 2y) dx = 0$ چه نوع معادله‌ای است؟

الف. برنولی

ب. خطی غیر همگن

ج. کامل

د. همگن

۳. معادله $y' = y + 2(x + y + 1)$ از چه روشی قابل حل است؟

الف. تبدیل به یک معادله جدا شدنی

ب. معادله کامل

ج. تعیین عامل انتگرال‌ساز

د. قابل تبدیل به یک معادله همگن به کمک تغییر متغیر

۴. عامل انتگرال‌ساز معادله خطی $y' - y = 2x^2(x + 1)$ کدام است؟الف. $-\frac{x}{x+1}$ ب. $1 + \frac{1}{x}$ ج. $x(x+1)$ د. $-\frac{(x+1)}{x}$ ۵. حاصل جواب عمومی معادله دیفرانسیل $x(1-y^2) dx + y(1+x^2) dy = 0$ کدام است؟ $(|y| < 1)$ الف. $(1+x^2)(1-y^2) = C, C > 0$ ب. $(1+x^2) = C(1-y^2), C > 0$ ج. $\frac{1+x^2}{1-y^2} = 1$ د. $\frac{y(1+x^2)}{x(1-y^2)} = C$ ۶. جواب عمومی معادله مرتبه اول $e^{xy} dx + 2(xe^{xy} - y) dy = 0$ کدام است؟الف. $e^{xy} + 2x^2 - 2xy = C$ ب. $xe^{xy} - y^2 = 0$ ج. $xe^{xy} - y^2 = C$ د. $e^{xy} - y^2 = C$ ۷. معادله دیفرانسیلی از مرتبه ۳ که جواب عمومی آن خانواده توابع چند جمله‌ای $y = C_1 + C_2 x^2 + C_3 x^3$ باشد، کدام است؟الف. $y' y'' = 0$ ب. $y' y'' y''' = 0$ ج. $y''' - y'' = 0$ د. $y''' = 0$

نام درس: معادلات دیفرانسیل

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی کامپیوتر: ۱۱۱۱۰۹۴-ریاضی: ۱۱۱۱۰۳۶-فیزیک: ۱۱۱۱۰۲۰-زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۴۰ نمره تشریحی ۸۰ نمره

فناوری اطلاعات: ۱۱۱۱۱۰۱-مهندسی صنایع: ۱۱۱۱۱۱۰-طرح تجميع، بخش مهندسی اجرایی: ۱۱۱۱۱۱۰

۸. جواب عمومی معادله $y = xy' + \frac{ay'}{\sqrt{1+y'^2}}$ کدام است؟

الف. $y = cx + \frac{ac}{\sqrt{1+c^2}}$

ب. $y = cx$

ج. $y = xc' + \sqrt{1+c'^2}$

د. $y = \frac{cx^2}{2} + \frac{acx}{\sqrt{1+c^2}}$

۹. جواب عمومی معادله خطی مرتبه دوم $y'' + 3y' + 2y = 6$ کدام است؟

الف. $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-2x} + 3$

ب. $y = c_1 e^x + c_2 e^{2x} + 6$

ج. $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-2x} + 3x$

د. $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-2x} - 6x$

۱۰. معادله دیفرانسیل $y'' - 4y' + 3y = (1 + e^{-x})^{-1}$ از چه روشی قابل حل است؟

الف. روش ضرایب نامعین

ب. روش تجزیه $y_1 v$

ج. روش تغییر پارامترها

د. تعیین عامل انتگرال ساز

۱۱. یک جواب خصوصی معادله دیفرانسیل مرتبه دوم $y'' - 2xy' + 2y = 0$ عبارتست از $y_1 = x$. جواب عمومی آن کدام است؟

الف. $y = c_1 x + c_2 \left(x + \frac{1}{x}\right)$

ب. $y = c_1 x + c_2 (x^2 - 1)$

ج. $y = c_1 x + c_2 x \left(x + \frac{1}{x}\right)$

د. $y = c_1 x + c_2 x \left(\frac{x}{1+x}\right)$

۱۲. نقطه $x_0 = 0$ برای معادله دیفرانسیل $x^2 y'' - (x^2 - 1)y' + xy = 0$ چه نوع نقطه‌ای است؟

الف. معمولی

ب. معمولی نامنظم

ج. منفرد منظم

د. منفرد نامنظم

۱۳. رونسکین توابع $y_1 = e^x$, $y_2 = e^{-3x}$, $y_3 = e^{2x}$ کدام است؟

الف. $2e^{-x}$

ب. $2e^{3x}$

ج. $-2e^0$

د. $2e^{2x}$

۱۴. نقاط $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ برای معادله $x^2 y'' - 2(x-1)y' - 3y = 0$ به ترتیب چه نوع نقاطی هستند؟الف. x_0 = منفرد نامنظم و x_1 = منفرد منظمب. x_0 = منفرد منظم و x_1 = منفرد نامنظمج. x_0 = منفرد منظم و x_1 = منفرد نامنظمد. x_0 = منفرد نامنظم و x_1 = منفرد نامنظم

نام درس: معادلات دیفرانسیل

تعداد سؤالات: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی کامپیوتر: ۱۱۱۱۰۹۴-ریاضی: ۱۱۱۱۰۳۶-فیزیک: ۱۱۱۱۰۲۰-زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۴۰ نمره تشریحی ۸۰ نمره

فناوری اطلاعات: ۱۱۱۱۱۰۱-مهندسی صنایع: ۱۱۱۱۱۱۰-طرح تجميع، بخش مهندسی اجرایی: ۱۱۱۱۱۱۰

۱۵. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $xy'' + y = 0$ در اطراف نقطه $x_0 = 0$ به کدام شکل زیر است؟

$$\text{الف. } y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad \text{ب. } y = x^s \sum_{n=0}^{\infty} a_n(s) x^n$$

$$\text{ج. } y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(s) x^{n-s} \quad \text{د. } y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{pn}$$

۱۶. توانهای شاخص در سری فروبنیوس جواب معادله دیفرانسیل $x^2 y'' + 2x(x-2)y' + 2(2-3x)y = 0$ کدامند؟

$$\text{الف. } S_1 = 1, S_2 = -1 \quad \text{ب. } S_1 = -1, S_2 = 1$$

$$\text{ج. } S_1 = 2, S_2 = -1 \quad \text{د. } S_1 = 2, S_2 = 0$$

۱۷. کدام معادله از نوع بسل است؟

$$\text{الف. } (1-x^2)y'' - 2xy' + 5y = 0 \quad \text{ب. } x^2 y'' - xy' - (x^2 - 4)y = 0$$

$$\text{ج. } (1+x^2)y'' + 2xy' - y = 0 \quad \text{د. } x^2 y'' + xy' + (x^2 - \frac{1}{9})y = 0$$

۱۸. جواب عمومی دستگاه معادلات دیفرانسیل $\begin{cases} (D+4)y_1 + Dy_2 = 0 \\ (D-2)y_1 + y_2 = 0 \end{cases}$ کدام است؟

$$\text{الف. } \begin{cases} y_1 = c_1 e^{-4x} + c_2 e^x \\ y_2 = 2c_1 e^{-4x} + 3c_2 e^x \end{cases} \quad \text{ب. } \begin{cases} y_1 = c_1 e^{4x} + c_2 e^{-x} \\ y_2 = 2c_1 e^{4x} - 3c_2 e^{-x} \end{cases}$$

$$\text{ج. } \begin{cases} y_1 = c_1 e^{-4x} + c_2 e^{-x} \\ y_2 = 2c_1 e^{-4x} + 3c_2 e^{-x} \end{cases} \quad \text{د. } \begin{cases} y_1 = c_1 e^{4x} + c_2 e^{-x} \\ y_2 = 3c_1 e^{-4x} + 2c_2 e^{-x} \end{cases}$$

۱۹. تبدیل لاپلاس تابع $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$ کدام است؟

$$\text{الف. } y = \frac{4!}{s^4} - \frac{4 \times 3!}{s^3} + \frac{5 \times 2!}{s^2} - \frac{1 \times 1!}{s} \quad \text{ب. } y = \frac{3!}{s^3} - \frac{4 \times 2!}{s^2} + \frac{5 \times 1!}{s^1} - \frac{1}{s^0}$$

$$\text{ج. } y = \frac{4!}{s^3} - \frac{4 \times 3!}{s^2} + \frac{5 \times 2!}{s^1} - \frac{1 \times 1!}{s^0} \quad \text{د. } y = \frac{3!}{s^4} - \frac{4 \times 2!}{s^3} + \frac{5 \times 1!}{s^2} - \frac{1}{s}$$

نام درس: معادلات دیفرانسیل

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی کامپیوتر: ۱۱۱۱۰۹۴-ریاضی: ۱۱۱۱۰۳۶-فیزیک: ۱۱۱۱۰۲۰-زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۴۰ نمره تشریحی ۸۰ نمره

فناوری اطلاعات: ۱۱۱۱۰۱-مهندسی صنایع: ۱۱۱۱۱۰-طرح تجميع، بخش مهندسی اجرایی: ۱۱۱۱۱۰

۲۰. تبدیل معکوس لاپلاس کسر $y = \frac{2s+3}{(s+1)^2}$ کدام است؟

- الف. $2e^{-t} + te^{-t}$
 ب. $2e^{-t} - 3te^{-t}$
 ج. $2te^{-t} + e^{-t}$
 د. $3e^{-t} - 2te^{-t}$

«سؤالات تشریحی»

۱. معادله دیفرانسیل مرتبه اول زیر را حل کنید:

$$y' \cos x - y \sin x = 2x$$

۲. معادله دیفرانسیل مرتبه دوم $1 + y'^2 = 2yy''$ ، فاقد متغیر x است از روش کاهش مرتبه آن را حل کنید.

۳. الف. معادله دیفرانسیلی از مرتبه سوم بنویسید که جواب عمومی آن خانواده توابع $y = c_1 e^x + c_2 x e^x + c_3 e^{-2x}$ باشند.

ب. جواب عمومی معادله $y'' + 2y' + y = 4x^2 + \frac{e^{-x}}{x}$ را بیابید.

۴. دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} y_1' = y_1 + 4y_2 + x \\ 3y_1' + 3y_1 + 2y_2 = e^x \end{cases}$$

۵. الف. جواب سری تیلور معادله $y'' + (x-1)y' - 4(x-1)y = 0$ را در اطراف نقطه $x_0 = 1$ پیدا کنید.

ب. معادله انتگرال $f(x) = x^2 + \int_0^x \sin(x-t) f(t) dt$ را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.