

نام درس: تحقیق در عملیات ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض - کاربردی)

کد درس: ۱۱۱۱۰۷۴

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی -- تشریحی ۴

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۱۰۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۶

استفاده از ماشین حساب مجاز است

۱. کدام یک از گزینه های زیر در مورد یک مسئله برنامه ریزی خطی نادرست است ؟

الف. اگر x° یک نقطه راسی و B_1 و B_2 ($B_1 \neq B_2$) دو پایه متناظر آن باشند آن گاه x° تبه گن است.

ب. بین مجموعه جواب های اساسی شدنی و نقاط راسی ناحیه شدنی تناظر یک به یک وجود دارد.

ج. روش سیمپلکس در تعداد متناهی از مراحل همگرا ست.

د. در روش سیمپلکس اگر متغیری پایه را ترک کند در مرحله بعدی نمی تواند وارد پایه شود.

۲. برای حل یک مسئله برنامه ریزی خطی با استفاده از روش سیمپلکس ، جداول سیمپلکس به کدام یک از مراحل زیر ختم نمی گردد ؟

الف. مسئله جواب شدنی ندارد.

ب. مسئله نامحدود است.

ج. ناحیه شدنی ، یک مجموعه باز می باشد.

د. مسئله جواب بهینه متناهی دارد.

فرض کنید جدول زیر ، جدول نهایی یک مسئله برنامه ریزی خطی باشد.

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	r.h.s.
Z	1	0	0	3	0	5	0	+15
x_2	0	1	1	0	0	1	0	2
x_4	0	-7	0	-1	1	2	0	7
x_6	0	9	0	-2	0	5	1	0

حال به مسائل ۳ تا ۵ پاسخ دهید.

۳. بردار $Z - C = (0, 0, +3, 0, +5, 0)$ نشان دهنده این موضوع است که :

الف. مسئله از نوع بیشینه سازی و دارای جواب بهینه چندگانه (دگرین) است.

ب. مسئله از نوع بیشینه سازی و دارای جواب نامحدود می باشد.

ج. مسئله از نوع کمینه سازی و دارای جواب بهینه تبه گن است.

د. مسئله از نوع کمینه سازی و دارای جواب شدنی نخواهد بود.

۴. آیا این مسئله دارای جهت رأسی دورشونده می باشد؟ (با دلیل)

الف. بله - زیرا $\bar{a}_{x_3} \leq 0$ می باشد.

ب. بله - زیرا $\bar{c} \leq 0$ می باشد.

ج. خیر - زیرا $\bar{a}_{x_5} \geq 0$ است.

د. خیر - زیرا $Z = 15 > 0$ است.

۵. بردار $\bar{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$ نشان دهنده این موضوع است که :

الف. مسئله دارای جواب بهینه چندگانه (دگرین) است.

ب. مسئله دارای جواب بهینه تبه گن است.

ج. مسئله دارای جواب نامحدود است.

د. مسئله دارای جواب شدنی نیست.

نام درس: تحقیق در عملیات ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض - کاربردی)

کد درس: ۱۱۱۱۰۷۴

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۴

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ نمره تشریحی ۱۰۰ نمره

تعداد کل صفحات: ۶

۶. برای حل مسئله ای با برنامه ریزی صحیح محض با قیود زیر ، برای انتخاب فقط یکی از قیود ، کدام گزینه را انتخاب می نمایید؟

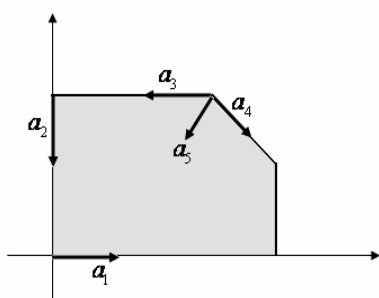
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ x_1 - x_2 \geq -5 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 3 + My_1 \\ -x_1 + x_2 \leq 5 + My_2 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 4 + My_3 \quad \text{ب.} \\ y_1 + y_2 + y_3 = 2 \\ y_1, y_2, y_3 = 0 \text{ or } 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 3 + M_1y_1 \\ x_1 - x_2 \geq -5 + M_2y_2 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 4 + M_3y_3 \quad \text{الف.} \\ M_1 + M_2 + M_3 = 3 \\ y_1, y_2, y_3 = 0 \text{ or } 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x_1 - 2x_2 \geq -3 + M_1y_1 \\ x_1 - x_2 \geq -5 + M_2y_2 \\ -2x_1 - 3x_2 \geq -4 + M_3y_3 \quad \text{د.} \\ M_1 + M_2 + M_3 = 2 \\ y_1, y_2, y_3 = 0 \text{ or } 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 3 + My_1 \\ x_1 - x_2 \geq -5 + My_2 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 4 + My_3 \quad \text{ج.} \\ y_1 + y_2 + y_3 = 1 \\ y_1, y_2, y_3 = 0 \text{ or } 1 \end{cases}$$



۷. با توجه به شکل روبرو ، اگر پنج ضلعی مشخص شده ، ناحیه شدنی یک مسئله برنامه ریزی خطی باشد ، کدام گزینه صحیح است ؟

- الف. بردار a_1 یک جهت رأسی دورشونده و بردارهای a_2, a_3, a_4 و a_5 جهت های رأسی شدنی هستند.
 ب. بردارهای a_1, a_2, a_3 و a_4 جهت های رأسی دورشونده و بردار a_5 جهت رأسی شدنی است.
 ج. بردارهای a_1, a_2, a_3 و a_4 جهت های رأسی شدنی و بردار a_5 جهت رأسی دورشونده است.
 د. هر پنج بردار a_1, a_2, a_3, a_4 و a_5 جهت های شدنی می باشند.

جدول نهایی یک مسئله برنامه ریزی خطی به صورت زیر است.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	r.h.s.
Z	0	0	+5	+4	+7	
x_1	1	0	0	14	$-\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$
x_2	0	1	$-\frac{16}{3}$	-1	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{3}$

اگر این مسئله ، یک مسئله ی برنامه ریزی صحیح محض باشد ، به سؤالات ۸ تا ۱۱ پاسخ دهید.

نام درس: تحقیق در عملیات ۲

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۴

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض - کاربردی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ نوبت تشریحی ۱۰۰ نوبت

کد درس: ۱۱۱۱۰۷۴

تعداد کل صفحات: ۶

۸. مقدار f_{ij} کسر $-\frac{16}{3}$ کدام است ؟

- الف. $-\frac{2}{3}$ ب. $-\frac{1}{3}$ ج. $\frac{16}{3}$ د. $\frac{2}{3}$

۹. کدام سطر جدول را به عنوان سطر منبع انتخاب می کنید ؟

- الف. سطر دوم ب. سطر سوم ج. سطر اول د. فرقی ندارد.

۱۰. معادله برش سطر منبع کدام است ؟

- الف. $-\frac{2}{3}x_3 - \frac{2}{3}x_5 + s_2 = -\frac{2}{3}$ ب. $-\frac{1}{3}x_3 - \frac{2}{3}x_5 + s_2 = -\frac{2}{3}$
ج. $-\frac{2}{3}x_5 + s_1 = -\frac{1}{3}$ د. $-\frac{1}{3}x_5 + s_1 = -\frac{1}{3}$

۱۱. اگر این مسئله ، مسئله صحیح مختلط باشد و فقط x_1 مقدار صحیح بگیرد ، در این صورت معادله برش کدام است ؟

- الف) $-\frac{1}{6}x_3 - \frac{2}{3}x_5 + s_2 = -\frac{2}{3}$ ب) $-\frac{1}{3}x_3 - \frac{2}{3}x_5 + s_2 = -\frac{1}{3}$
ج) $-\frac{1}{3}x_5 + s_1 = -\frac{1}{3}$ د) $\frac{2}{3}x_3 - \frac{2}{3}x_5 + s_2 = -\frac{2}{3}$

۱۲. اگر در یک تکرار از حل مسئله برنامه ریزی خطی صحیح محض ، روش سیمپلکس دوال جواب شدنی نداشته باشد ، آن گاه:

- الف. ابتدا نشدنی بودن مسئله را رفع کرده و سپس با سیمپلکس ادامه می دهیم.
ب. با یک برش جدید به جواب صحیح خواهیم رسید.
ج. مسئله دارای جواب صحیح شدنی نخواهد بود.
د. سیمپلکس دوال را اشتباه حل کرده ایم.

۱۳. فرض کنید تابع مقصود یک مسئله کمینه سازی به صورت زیر باشد.

$$f(x) = \begin{cases} 15x & , 0 \leq x \leq 6 \\ 12x & , 6 \leq x \leq 13 \\ 8x & , 13 \leq x \leq 25 \end{cases}$$

می خواهیم این مسئله را به صورت یک مدل خطی در آوریم. تابع مقصود مسئله جدید ، با استفاده از متغیرهای جدید به چه صورتی خواهد بود ؟

- الف. $Z = 6x_1 + 13x_2 + 25x_3$ ب. $Z = 15xM_1 + 12xM_2 + 8xM_3$
ج. $Z = 15x_1 + 12x_2 + 8x_3$ ج. $Z = 0x_1 + 6x_2 + 13x_3 + 25x_4$

نام درس: تحقیق در عملیات ۲

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی -- تشریحی ۴

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض - کاربردی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۱۰۰ دقیقه

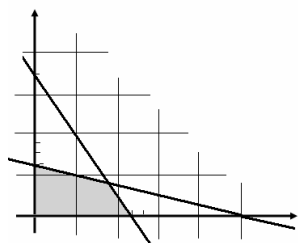
کد درس: ۱۱۱۱۰۷۴

تعداد کل صفحات: ۶

۱۴. در مسئله قبل، محدودیت های اعمال شده روی متغیر x_1 کدام است؟ (فرض کنید $y_1 = \begin{cases} 1 & x_1 > 6 \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$)

$$\begin{cases} x_1 \leq 6 \\ x_1 \geq y_1 \\ x_1 \geq 0 \end{cases} \quad \text{الف.} \quad \begin{cases} x_1 \leq 6 \\ x_1 \geq 6y_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 \leq 7y_1 \\ x_1 \leq 6 \\ x_1 \geq 0 \end{cases} \quad \text{د.} \quad \begin{cases} x_1 \leq 25 \\ x_1 \leq 13 \\ x_1 \leq 6y_1 \end{cases} \quad \text{ج.}$$



۱۵. شکل روبرو، ناحیه شدنی یک مسئله برنامه ریزی خطی صحیح محض را با استفاده از روش ترسیمی نمایش می دهد. تعداد نقاط صحیح شدنی عبارتند از:

- الف. ۴
ب. ۵
ج. ۸
د. ۹

۱۶. در مسئله قبل، اگر تابع هدف $Min : Z = 4x_1 + 5x_2$ باشد، کدام نقطه، نقطه ی بهینه خواهد بود؟

- الف. (1,0)
ب. (1,1)
ج. (2,1)
د. (0,0)

* اگر از روش لاگرانژ برای به دست آوردن جواب مسئله برنامه ریزی غیر خطی زیر استفاده کنیم، به سؤالات ۱۷ و ۱۸ پاسخ دهید.

$$Max : f(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 2x_2^2 - 3x_3^2$$

$$g(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2^2 + 5x_3 - 10 = 0$$

۱۷. در شرط کافی روش لاگرانژ ماتریس P کدام است؟

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -4-2\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix} \quad \text{ب.} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{الف.}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2x_2 \\ 5 \end{bmatrix} \quad \text{د.} \quad \begin{bmatrix} -2x_1 - \lambda \\ -4x_2 - 2x_2\lambda \\ -6x_3 - 5\lambda \end{bmatrix} \quad \text{ج.}$$

نام درس: تحقیق در عملیات ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض - کاربردی)

کد درس: ۱۱۱۱۰۷۴

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۴

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۱۰۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۶

۱۸. در شرط کافی روش لاگرانژ ماتریس Q کدام است ؟

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{الف})$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -4-2\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix} \quad (\text{ب})$$

$$\begin{bmatrix} -2x_1 - \lambda \\ -4x_2 - 2x_2\lambda \\ -6x_3 - 5\lambda \end{bmatrix} \quad (\text{ج})$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2x_2\lambda \\ 5 \end{bmatrix} \quad (\text{د})$$

۱۹. اگر ماتریس هسیان حاصل از نقطه ی پایداری یک مسئله به صورت $H = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & -8 \end{bmatrix}$ باشد ، این نقطه یک نقطه ی :

الف. مینیمم است.

ب. ماکزیمم است.

ج. زین اسبی است.

د. رأسی نیست.

۲۰. در روش ژاکوبین ، بردار گرادیان مقید f نسبت به z کدام است ؟

$$\nabla_y f \quad \text{ب.} \quad J^{-1}$$

$$\nabla_z f - \nabla_y f J^{-1} C \quad \text{الف.}$$

$$J^{-1} \partial g - J^{-1} C \partial z \quad \text{د.}$$

$$- J^{-1} C \quad \text{ج.}$$

سؤالات تشریحی :

۱. مسئله ی برنامه ریزی زیر را در نظر بگیرید.

$$\text{Max} : Z = cx$$

$$\text{s.t. } Ax = b$$

$$x \geq 0$$

فرض کنید x_1, x_2, x_3 و x_4 نقاط رأسی ناحیه ی شدنی و d_1, d_2 و d_3 جهت های رأسی دورشونده ی آن باشند ، به طوری که $cx_1 = 3$ ، $cx_2 = 8$ ، $cx_3 = 2$ و $cx_4 = 5$ بوده و همچنین $cd_1 = 0$ ، $cd_2 = -5$ و $cd_3 = -7$ باشد. در صورت وجود جواب بهین ، مقدار بهینه Z^* را مشخص کنید.

نام درس: تحقیق در عملیات ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض - کاربردی)

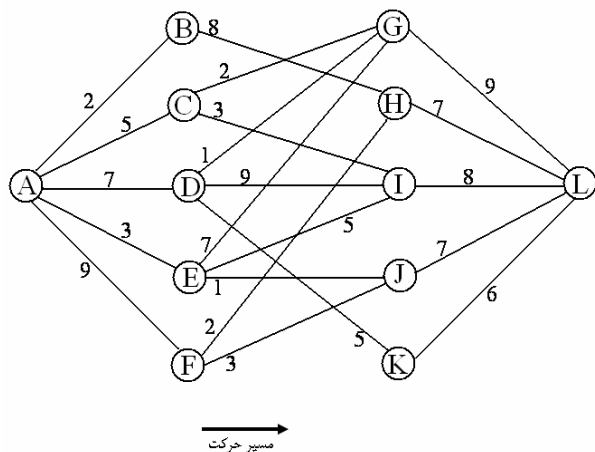
کد درس: ۱۱۱۱۰۷۴

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۴

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ نمره تشریحی ۱۰۰ نمره

تعداد کل صفحات: ۶

۲. برای رسیدن از شهر A به شهر L کوتاه ترین مسیر را بیابید.



۳. مسئله برنامه ریزی خطی زیر را با روش برنامه ریزی پویا حل نمایید.

$$\text{Max : } Z = 4x_1 + 3x_2$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

۴. نقاط اکسترمم تابع $f(x_1, x_2, x_3) = -x_1 - 2x_3 - x_2x_3 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ را تعیین کنید.