

تعداد سؤال: نسی: ۲۰ تکمیلی: — تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۸۰ تشریحی: ۸۰

نام درس: ریاضیات گسسته

رشته تحصیلی-گرایش: ریاضی (محض و کاربردی)

کلاس درس: ۱۱۱۱۰۵۹

\* دانشجوی گرامی: لطفاً گزینه ۱ را در قسمت کد سری سؤال برگه پاسخنامه خود، علامت بزنید. بدیهی است، مسئولیت این امر برعهده شما خواهد بود.

\*\*این آزمون نمره منفی ندارد.

۱-چندعدد چهاررقمی زوج باارقام متمایز می توان ساخت به طوری که رقم صدگان آن 0 باشد.

د- ۳۶۰

ج- ۲۵۲

ب- ۲۲۴

الف- ۴۵۰

۲- تعداد طرقی که یک خانواده ۶ نفری می توانند برای صرف شام دوریک میزگرد چنان بنشینند که پدر خانواده کنارکوچکترین فرزندش باشد چقدراست.

د- ۱۲۰

ج- ۴۸

ب- ۲۴۰

الف- ۲۴

۳-ضریب  $x^2 y^4 z^{-3}$  در بسط  $(x - 2y^2 + 3z^{-1})^7$  چقدر است.

د-  $\frac{7!}{2!2!3!} \cdot 3^{-3} \cdot 2^4$ ج-  $\frac{7!}{2!2!3!} \cdot 3^{-3} \cdot 2^2$ ب-  $\frac{7!}{2!4!3!} \cdot 3^3 \cdot 2^4$ الف-  $\frac{7!}{2!2!3!} \cdot 3^3 \cdot 2^2$ 

۴-هفت توپ متمایز را به چند طریق می توان درچهار سبد متمایز قرار داد طوری که هیچ سبدي خالی نباشد.

د-  $C(6,3)$ ج-  $7!S(7,4)$ ب-  $4!S(7,4)$ الف-  $S(7,4)$ 

۵-چند تابع پوشای  $f$  از  $A = \{1,2,3,4\}$  به  $B = \{1,2,3\}$  وجود دارد بطوری که  $f(1) = 3$ .

د-  $2!S(4,2)$ ج-  $3!S(4,3)$ ب-  $3!S(3,3)$ الف-  $2!S(3,2)$ 

۶-تعداد ۵- دنباله های یک مجموعه ۳ عضوی کدام است؟

ج.  $C(5+3-1,3-1)$  د.  $3^5$ ب.  $p(5,3)$ الف.  $C(5,3)$ 

۷-تعداد پریش های مجموعه  $A = \{a,b,c,d,e\}$  بطوریکه  $a$  درمکان خود باشد برابرست با:

د- ۲۰

ج- ۱۹

ب- ۹

الف- ۲۴

تعداد سؤال: نسی: ۲۰ تکمیلی: — تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۸۰ تشریحی: ۸۰

نام درس: ریاضیات گسسته

رشته تحصیلی-گرایش: ریاضی

کلاس درس: ۱۱۱۱۰۵۹

۸-تعداد ۵-دنباله‌هایی از مجموعه  $X = \{a, b, c\}$  بطوریکه هر عضو  $X$  حداقل یکبار در هر ۵-دنباله ظاهر شود برابر است با:

$$\text{الف- } S(5,3) \quad \text{ب- } 5!S(5,3) \quad \text{ج- } 3!S(4,3) \quad \text{د- } 3!S(5,3)$$

۹- تابع مولد معمولی دنباله  $\{r\}_{r=0}^{\infty}$  کدام است :

$$\text{الف- } \frac{1}{(1-x)^2} \quad \text{ب- } \frac{x}{(1-x)^2} \quad \text{ج- } \frac{x+1}{(1-x)^3} \quad \text{د- } \frac{x^2+x}{(1-x)^3}$$

۱۰- کمترین تعداد اشخاصی که باید انتخاب شوند تا ماه تولد حداقل دو نفر از آنها یکسان باشد برابر است با:

$$\text{الف - } ۳۶۵ \quad \text{ب- } ۱۲ \quad \text{ج - } ۱۳ \quad \text{د- } ۳۶۶$$

۱۱-دنباله متناظر تابع مولد نمایی  $e^x$  کدام است .

$$\text{الف- } \{-1, 0, 0, 0, \dots\} \quad \text{ب- } \{1, 0, 0, 0, \dots\} \quad \text{ج- } \{1, -1, 1, -1, \dots\} \quad \text{د- } \{1, 1, 1, 1, \dots\}$$

۱۲- ضریب  $x^3 y^2 z^2$  در بسط  $(5x - 2y - 3z)^7$  کدام است:

$$\begin{aligned} \text{الف- } 3^2 \cdot 2^2 \cdot 5^3 \cdot C(7, 3, 2, 2) & \quad \text{ب- } 3^2 \cdot 2^2 \cdot 5^3 \cdot C(7, 5, 2, 3) \\ \text{ج- } 3^2 \cdot 2^2 \cdot 5^3 \cdot C(7, 5, 2, 3) & \quad \text{د- } 3^2 \cdot 2^2 \cdot 5^3 \cdot C(7, 3, 2, 2) \end{aligned}$$

۱۳- فرض کنید  $a_n$  تعداد واژه‌های  $n$  حرفی با حروف  $a, b$  و  $c$  باشد بطوریکه واژه‌ها دارای  $a$  های متوالی نیستند، رابطه بازگشتی  $a_n$  کدام است.

$$\begin{aligned} \text{الف - } a_n &= 2a_{n-1} + a_{n-2} \\ \text{ب- } a_n &= 2a_{n-1} + 2a_{n-2} \\ \text{ج- } a_n &= 2a_{n-2} + a_{n-1} \\ \text{د- } a_n &= a_{n-1} + a_{n-2} \end{aligned}$$

تعداد سؤال: نسی: ۲۰ تکمیلی: — تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۸۰ تشریحی: ۸۰

نام درس: ریاضیات گسسته

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۱۱۱۱۰۵۹

۱۴- اگر گراف  $G$  مسطح و دارای ۳ مولفه همبندی و از مرتبه ۱۴ و اندازه ۱۶ باشد تعداد وجوهی که در یک نشانیدن مسطح این گراف به وجود می آید برابر است با:

الف- ۴ ب- ۶ ج- ۸ د- ۵

۱۵- اگر  $G$  یک گراف فاقد دور و دارای ۴ مولفه و از مرتبه ۲۰ باشد اندازه گراف کدام است:

الف- ۲۴ ب- ۱۸ ج- ۱۶ د- ۲۰

۱۶- به ازای کدام مقدار  $x$  دنباله  $(x, 3, 2, 1, 1, 1, 1)$  دنباله درجات رئوس یک درخت می باشد.

الف- ۴ ب- ۳ ج- ۵ د- ۱

۱۷-  $V$  و  $E$  چقدر باشد تا گراف ساده  $G$  حتماً همبند باشد؟

الف- ۲۲ و ۸ ب- ۲۴ و ۹ ج- ۲۰ و ۸ د- ۲۵ و ۹

۱۸- فرض کنید  $x, y$  و  $z$  عناصر یک جبر بولی باشند عبارت  $x + y + (x' + y + z)'$  برابر است با:

الف-  $z'$  ب-  $xy$  ج-  $x + y$  د-  $z$

۱۹- کدام یک از عبارات بولی زیر هم ارز عبارت  $\beta = x$  است.

الف.  $\alpha = x(x + yz)$  ب.  $\alpha = (x + y)'$  ج.  $\alpha = xy' + y$  د.  $\alpha = x + x + 1$

۲۰- فرض کنید  $B$  یک جبر بول،  $x$  و  $y$  اعضای  $B$  باشند، کدام گزاره نادرست است.

الف-  $y' \leq x' \Leftrightarrow x \leq y$

ب-  $x = 0 \Leftrightarrow x \leq 0$

ج-  $x = 1 \Leftrightarrow x \geq 1$

د-  $x' + y = 1 \Leftrightarrow x \leq y'$

نام درس: ریاضیات گسسته

تعداد سؤال: نسی: ۲۰ تکمیلی: — تشریحی: ۵

رشته تحصیلی-گرایش: ریاضی

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۸۰ تشریحی: ۸۰

کد درس: ۱۱۱۱۰۵۹

## سؤالات تشریحی

بارم هر سوال ۲ نمره است.

۱- ( به یکی از دو قسمت الف یا ب به دلخواه پاسخ دهید.)

الف- با استدلالی ترکیبیاتی نشان دهید  $C(n+2,2) = C(n,2) + 2n+1$  (راهنمایی: از یک مجموعه  $n+2$  عضوی زیرمجموعه ای  $n$  عضوی در نظر بگیرید).

ب- از میان اعداد ۱۱ الی ۲۰۰، ۱۰۱ عدد تصادفی انتخاب شده اند. بااصل لانه کبوتری نشان دهید از میان اعداد انتخاب شده دو عدد وجود دارد که یکی بر دیگری بخش پذیر است. (راهنمایی: هر عدد طبیعی دارای نمایشی در پایه دو با ضریبی فرد است).

۲-

الف- ضریب  $x^{15}$  را در عبارت  $(x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6)^3$  پیدا کنید.

ب- مطلوب است تعیین تعداد ۶-جایگشت های حروف واژه MISSISSIPPI بطوریکه در هر جایگشت هر یک از حروف واژه نامبرده حداقل یکبار ظاهر شوند.

۳- فرض کنید  $a_n$  تعداد واژه های دودویی به طول  $n$  باشد بطوریکه در هر واژه الگوی 11 موجود نباشد، یک رابطه بازگشتی برای  $a_n$  پیدا کنید. (حل رابطه بازگشتی لازم نیست)

۴- رابطه بازگشتی  $a_0 = 4$  ،  $a_n = 2a_{n-1} + 2^n + 4^n$  راحل کنید.

۵-

الف- نمودار هاسه  $D_{30}$  را رسم کنید و اتم های آنرا مشخص کنید.

ب- نشان دهید هر جبر بول متناهی، حداقل یک اتم دارد.