

نام درس: هندسه هذلولوی

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۱۰۵۰

۱. $\Omega_p : E^2 \rightarrow E^2$: نگاشتی است که به ازای هر $X \in E^2$ به صورت $\Omega_p(x) = x - 2 \langle x - P, N \rangle N$ به صورت

تعریف شده که در آن P یک خط دلخواه، p نقطه‌ای روی P و N بردار یک عمود بر P است. در این صورت Ω_p یک:

الف. انعکاس است ب. انتقال است ج. دوران است د. لغزه است

۲. حاصلضرب سه انعکاس نسبت به سه خط متعلق به دسته خطوط موازی یک است.

الف. انعکاس ب. دوران ج. انتقال د. هیچکدام

۳. حاصلضرب دو انعکاس، نسبت به دو خط متقاطع، یک است.

الف. انعکاس ب. دوران ج. انتقال د. گزینه ب و ج

۴. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است:

الف. هر نگاشت از E^2 در E^2 که جای یک نقطه را تغییر دهد یک حرکت می‌نامیم

ب. هر ایزومتري که حاصلضرب تعداد یک یا دو انعکاس باشد، یک حرکت می‌نامیم

ج. هر ایزومتري که حاصلضرب تعداد متناهی انعکاس باشد، یک حرکت می‌نامیم

د. هر سه مورد

۵. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است:

الف. هر تبدیل آفین یک ایزومتري است

ب. هر همخطی یک انتقال است

ج. هر تبدیل آفین یک همخطی است

د. هر تبدیل آفین $T : E^2 \rightarrow E^2$ ، به طور منحصر بفردی توسط یک ماتریس 2×2 مشخص می‌شود

۶. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح نیست:

الف. اگر تبدیل آفینی، دو نقطه متمایز را ثابت نگه دارد، آنگاه تمام نقاط خط گذرنده از این دو نقطه را ثابت نگه می‌دارد

ب. به ازای هر دو مثلث دلخواه، تبدیل آفین منحصر بفردی وجود دارد که یکی را به دیگری می‌نگارد

ج. اگر تبدیل آفینی، سه نقطه ناهمخط را ثابت نگه دارد، آنگاه تبدیل یک دوران است

د. اگر P و Q دو نقطه دلخواه و T یک تبدیل آفین باشد، آنگاه $T((1-t)P + tQ) = (1-t)P + tQ \quad \forall t \in R$

۷. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

الف. هر انعکاس معمولی یک انعکاس آفین است

ب. هر انعکاس آفین یک نگاشت برگشتی است (یعنی همانی $T^2 = I$)

ج. هر انعکاس آفین یک ایزومتري است

د. متجانس هر خط، یا خودش است و یا خطی موازی با خودش

۸. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

الف. تجانسی که دو نقطه را ثابت نگه دارد، نگاشت همانی است

ب. هر تجانس غیربدیهی، نقطه ثابت ندارد

ج. تجانسی که نقطه ثابت ندارد یک انتقال است

د. هر نیمدور یک تجانس مرکزی است

نام درس: هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض)

کد درس: ۱۱۱۱۰۵۰

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۴

۹. هر تشابه، ترکیب یک تجانس با یک است.

الف. انعکاس ب. ایزومتري ج. دوران د. انتقال

۱۰. تحت چه شرایطی، مجموعه تشابه‌های روی E^p همراه با عمل ترکیب توابع، یک گروه تشکیل می‌دهند؟

- الف. وقتی که نسبت تشابه‌ها، یکسان باشد.
ب. وقتی که نسبت تشابه‌ها، همگی کوچک‌تر از واحد باشند
ج. همواره مجموعه تشابه‌ها با عمل ترکیب توابع، یک گروه تشکیل می‌دهند
د. هیچکدام

۱۱. کره $S^p = \{x \in E^p : |x| = 1\}$ را در نظر بگیرید. منظور از هر خط روی کره، دایره عظیمه آن است. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

- الف. در S^p خطوط موازی وجود ندارند
ب. از هر نقطه روی S^p ، حداقل یک خط می‌گذرد
ج. اگر $P \in S^p$ بر خط l از S^p واقع باشد، آنگاه $P-l$ نیز بر l واقع است
د. از هر دو نقطه روی S^p ، یک خط منحصر بفرد می‌گذرد

۱۲. کدامیک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

- الف. هر انتقال S^p ، یک دوران است
ب. قضیه «سه انعکاس» در هندسه کروی نیز برقرار است
ج. هر دوران S^p ، یک انتقال است
د. هیچکدام

۱۳. کدامیک از تبدیلات زیر یک ایزومتري نیست؟

الف. دوران ب. تجانس ج. انعکاس د. لغزه

۱۴. کدامیک از مفاهیم زیر، در هندسه کروی، مفهومی مبهم است؟

الف. وقوع ب. میانبود ج. قابلیت انطباق د. توازی

۱۵. در هندسه کروی، دو مثلث به حالت با هم برابرند.

الف. ض ض ض ب. ز ز ز ج. گزینه‌های الف و ب د. هیچکدام

۱۶. صفحه تصویری P^p در کدامیک از اصول موضوعه زیر صدق نمی‌کند؟

- الف. بر هر دو نقطه تنها یک خط می‌گذرد
ب. بر هر خط دست کم سه نقطه واقع است
ج. سه نقطه ناواقع بر یک خط وجود دارند
د. از هر نقطه خارج یک خط، یک خط بموازات آن می‌توان رسم کرد

نام درس: هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض)

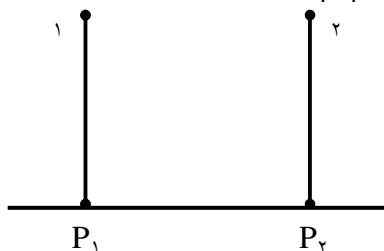
کد درس: ۱۱۱۱۰۵۰

تعداد سؤال: ۲۰ نسی تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۴

۱۷. شکل مقابل را در هندسه هذلولوی در نظر بگیرید. اگر طول پاره خط Q_1P_1 با طول پاره خط Q_2P_2 برابر باشد، آنگاه:



الف. P_1P_2 طول Q_1Q_2 طول

ب. P_1P_2 طول Q_1Q_2 طول

ج. P_1P_2 طول Q_1Q_2 طول

د. هر سه گزینه می‌توانند درست باشند

۱۸. عبارت «دو خط عمود بر یک خط، با هم موازیند» در کدامیک از هندسه‌های زیر صادق نیست؟

الف. اقلیدسی ب. هذلولوی ج. تصویری د. گزینه‌های الف و ب

۱۹. هر پایه متعامدیکه هندسه هذلولوی R^3 دارای است.

الف. دو بردار فضاگونه و یک بردار زمان گونه است

ب. سه بردار فضاگونه است

ج. یک بردار فضاگونه، یک بردار زمان گونه و یک بردار نورگونه است

د. سه بردار نورگونه است

۲۰. کدامیک از گزاره‌های زیر در صفحه هذلولوی H^P نادرست است؟

الف. اگر دو خط موازی باشند آنگاه یک عمود مشترک دارند

ب. اگر دو خط فراموازی باشند آنگاه یک عمود مشترک منحصر بفرد دارند

ج. اگر X نقطه‌ای و P خطی بر H^P باشد، آنگاه تنها یک خط وجود دارد که از X می‌گذرد و بر P عمود است.

د. اگر P و m دو خط عمود بر هم در H^P باشند، آنگاه متقاطعند

«سؤال‌های تشریحی»

۱. قضیه: فرض کنید T یک لغزه و Ω_α یک انعکاس دلخواه باشد، در این صورت $\Omega_\alpha T$ یک انتقال یا یک دوران است.

۲. اگر E_*^P مکمل تصویری E^P باشد (یعنی متشکل از نقاط E^P و نقاط در بینهایت، $[P]$) و $x + 2y - 3 = 0$ و

$2x + 4y + 8 = 0$ دو خط در E^P باشند، محل تلاقی این دو خط در E_*^P را بیابید.

۳. قضیه: فرض می‌کنیم که P و m خطوط متمایزی در کره یکه S^P باشند. در این صورت خط منحصر بفردی مانند n

وجود دارد به طوری که $n \perp m, n \perp p$.

۴. مفاهیم زیر را تعریف کنید:

الف. یک پاره خط روی کره S^P

ب. صفحه تصویری

ج. صورت قضیه دزارگ در هندسه تصویری

نام درس: هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی-گرایش: ریاضی (محض)

کد درس: ۱۱۱۱۰۵۰

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی -- تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۴

۵. الف. بردارهای یکه قائم بر خط $2x + 3y - 1 = 0$ را پیدا کنید.

ب. بردارهای یکه راستای این خط را پیدا کنید.

ج. اگر $P = (2, 1)$, $\vec{V} = (-1, 5)$ ، معادله خط $P + [V]$ را به صورت $ax + by + c = 0$ بنویسید.