

نام درس: ریاضی عمومی (۲)

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض - کاربردی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۱۰۳۴

تعداد کل صفحات: ۵

۱. کدامیک از دنباله های زیر همگراست؟

ب. دنباله $\{a_n\}$ که در آن $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$

الف. هر دنباله کراندار

د. $\left\{ \frac{\ln n}{\sqrt[n]{n}} \right\}$

ج. $\left\{ \frac{n^n}{(n+1)^{n+1}} \right\}$

۲. دنباله $\{a_n\}$ با ضابطه $a_{n+1} = \sqrt{2a_n}$ تعریف شده ($a_1 = \sqrt{2}$) در این صورت کدام گزینه زیر درست نمی باشد.

ب. از بالا کراندار است

الف. این دنباله صعودی است

د. همگراست

ج. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$

۳. دنباله $\{a_n\}$ که در آن $a_n = \int_1^n \frac{1}{x^P} d\chi$ و $P > 1$ می باشد داده شده در اینصورت $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ چیست؟

الف. $\frac{1}{P+1}$ ب. صفر ج. $\frac{1}{P-1}$ د. ۱

۴. سری $\sum_{k=1}^{\infty} (1 - \cos \frac{1}{k})$ دارای کدام ویژگی زیر است؟

ب. همگراست

الف. واگراست

د. حد جمله عمومی آن برابر یک می باشد.

ج. مجموع جزئی آن بیکران است

۵. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \sin^2 \frac{k\pi}{n}$ برابر است با:

الف. صفر ب. ۱ ج. $\frac{-1}{2}$ د. $\frac{1}{2}$

نام درس: ریاضی عمومی (۲)

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض - کاربردی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۱۰۳۴

تعداد کل صفحات: ۵

۶. اگر $|\chi| < 1$ آنگاه $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)\chi^n$ برابر است با:

الف. $\frac{1}{(1-\chi)^2}$ ب. $\frac{1}{(\chi+1)^2}$ ج. $\frac{1}{1-\chi^2}$ د. $\frac{1}{(1-\chi)^3}$

۷. فرض کنیم $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ همگرا و سری $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ واگرا باشد در اینصورت کدام گزینه زیر درست می باشد؟

الف. $\sum_{k=1}^{\infty} (a_k + b_k)$ همگرا می باشد ب. $\sum_{k=1}^{\infty} (a_k + b_k)$ واگرا می باشد.

ج. $\sum_{k=1}^{\infty} (b_k^2)$ واگرا است د. $\sum_{k=1}^{\infty} 2b_k$ همگرا است.

۸. به ازاء چه مقادیر از x سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos x^n}{n!}$ همگرا است؟

الف. همواره واگرا است ب. به ازاء هر مقدار $\chi > \pi$ همگرا است.

ج. به ازاء هر مقدار $\chi > \pi$ همگرا است. د. همواره همگراست.

۹. کدام یک از زیر مجموعه های زیر پایه R^2 می باشد؟

الف. $\{(\chi, \chi), (1, 2) | \chi \in R\}$ ب. $\{(1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$

ج. $\{(3, 2, 1)\}$ د. $\{(2, 3), (3, 5)\}$

۱۰. کدامیک از زیرمجموعه های زیر یک زیرفضای R^2 می باشد ($\chi \in R$)؟

الف. $\{(x, x^2)\}$ ب. $\{(x, x)\}$

ج. $\{(x, x^3)\}$ د. $\{(x, x^4)\}$

نام درس: ریاضی عمومی (۲)

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض - کاربردی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۱۰۳۴

تعداد کل صفحات: ۵

۱۱. ماتریس تابع خطی $f: R^3 \rightarrow R^3$ بصورت $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ می باشد در این صورت کدام گزینه زیر درست

می باشد ؟

الف. هسته f مجموعه نقاط واقع بر صفحه $x + 2y = z$ می باشد .

ب. هسته f مجموعه نقاط واقع بر $x^2 + 2y^2 = z$ می باشد .

ج. f یکبیک است

د. هسته f دقیقاً دارای یک نقطه است .

۱۲. زیر مجموعه $S = \left\{ (x, y, z) \mid \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} \right\}$ از R^3 را در نظر بگیرید بعد S کدام است؟

الف. ۱ ب. ۲ ج. ۳ د. ۴

۱۳. معادله $(x+y)^2 + (x-y)^2 = 2z^2$ معرف چه رویه ای است ؟

الف. هذلولی وار ب. مخروط ج. بیضی وار د. سهمی وار

۱۴. معادله $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$ در دستگاه کروی به چه صورت بیان می شود ؟

الف. $\rho = 2 \sin \varphi$ ب. $\rho = -2 \cos \varphi$

ج. $\rho = 1$ د. $\rho = 2 \cos \varphi$

۱۵. تابع برداری $f(t) = (\sin \frac{1}{t}, t^2 + 1, e^t)$ داده شده کدام گزینه زیر در مورد این تابع درست می باشد؟

الف. $\lim_{t \rightarrow 0} f(t)$ وجود ندارد ب. $\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = (1, 1, 1)$

ج. $f(\frac{\pi}{2}) = (1, \frac{\pi}{2} + 1, e^{\pi})$ د. $f'(0)$ وجود دارد .

نام درس: ریاضی عمومی (۲)

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض - کاربردی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۱۰۳۴

۱۶. فرض کنیم $R(t) = (e^t \cos t)i + (e^{-t} \sin t)j$ در این صورت زاویه بین $a(t), R(t)$ (شتاب) چیست؟

- الف. $\frac{\pi}{۴}$ ب. $\frac{\pi}{۳}$ ج. $\frac{\pi}{۲}$ د. $\frac{\pi}{۶}$

۱۷. درچه نقطه ای از منحنی $y = e^x$ انحنای منحنی به حداقل می رسد؟

- الف. $(\ln \frac{1}{\sqrt{۲}}, \frac{1}{\sqrt{۲}})$ ب. $(\ln ۲, ۱)$

- ج. $(\frac{1}{۲\sqrt{۲}}, ۱)$ د. $(\frac{\sqrt{۲}}{۲}, \frac{1}{۲})$

۱۸. برداریکه مماس بر $R(t) = (۳ \sin t)i + (۳ \cos t)j + ۴tk$ چیست؟

- الف. $\frac{۳}{۵} \cos ti - \frac{۳}{۵} \sin tj + \frac{۴}{۵} k$ ب. $\cos ti + \sin tj + k$
- ج. $\sin ti + \cos tj + ۴k$ د. $-\frac{۳}{۵} \sin tj + \frac{۳}{۵} \cos tj + \frac{۴}{۵} k$

۱۹. انحنای کدام منحنی زیر ثابت است؟

- الف. سهمی ب. دایره ج. بیضی د. هذلولی

۲۰. منحنی $f(t) = (\sqrt{۳} \cos t)i + (\sqrt{۳} \sin t)j + k, t \in R$ داده شده پیش منحنی چیست؟

- الف. صفر ب. ۱ ج. $\frac{1}{۲}$ د. $\sqrt{۳}$

«سؤالات تشریحی»

۱. نوع سریهای زیر را تعیین کنید:

- الف. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^p}{(pn)!}$ ب. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^p}$

نام درس: ریاضی عمومی (۲)

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض - کاربردی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۱۰۳۴

تعداد کل صفحات: ۵

۲. سری تیلور $\sin^{-1} x$ را تعیین کنید .

۳. مقادیر ویژه تابع خطی $f: R^3 \rightarrow R^3$ که ماتریس آن بصورت $A = \begin{bmatrix} a & \alpha & \beta \\ \circ & b & \gamma \\ \circ & \circ & c \end{bmatrix}$ می باشد را محاسبه کرده

نشان دهید:

الف. حاصلضرب مقادیر ویژه A برابر دترمینان A است .ب. A وارون پذیر است اگر مقدار ویژه صفر نداشته باشد .۴. معادلات پارامتری منحنی $f(t) = (e^{-t} + e^t)i + t^2j, t \geq 0$ را برحسب طول قوس بنویسید.۵. منحنی $f(t) = ti + t^2j + t^3k, t \in R$ داده شده در نقطه (۱و۱و۱) معادله صفحه قائم بر منحنی را بنویسید.