

نام درس: ریاضی ۲

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: زمین شناسی (محض-کاربردی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: محض: ۱۱۱۱۰۲۹-کاربردی: ۱۱۱۱۰۳۱

تعداد کل صفحات: ۴

۱. اگر دنباله  $\{a_n\}$  توسط روابط  $a_1 = 1$  و  $a_{n+1} = 3a_n$  داده شده باشد آنگاه  $a_n$  کدام است؟

- الف. ۲۷ ب. ۹ ج. ۱۸ د. ۲۱

۲. حد دنباله  $\left\{ 3 \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{1}{n}\right) \right\}$  کدام یک از عبارات زیر است؟

- الف. صفر ب. یک ج. سه د. این دنباله حد ندارد

۳. هرگاه  $\sum_{n=1}^{\infty} n$ ، آنگاه  $s_n$  کدام یک از گزینه‌های زیر است؟ ( $\{s_n\}$  دنباله حاصل جمع جزیی است)

- الف.  $s_n = \frac{n(n-1)}{2}$  ب.  $s_n = \frac{n(n+1)}{2}$  ج.  $s_n = n(n+1)$  د.  $s_n = \frac{(n+1)(n-1)}{2}$

۴. هرگاه  $s_n = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{7}\right)^i$  آنگاه حد دنباله  $\{s_n\}$  کدامیک از گزینه‌های زیر است.

- الف.  $\frac{1}{6}$  ب.  $\frac{7}{6}$  ج.  $\frac{6}{7}$  د. ۶

۵. کدام یک از سری‌های زیر همگرا است؟

- الف.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$  ب.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$  ج.  $\sum_{n=1}^{\infty} n$  د.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

۶. سری هندسی  $\sum_{k=1}^{\infty} cr^{k-1}$  را در نظر بگیرید، کدام یک از عبارات زیر درست است؟

- الف. اگر  $c < 1$  آنگاه  $\sum_{n=0}^{\infty} cr^n = \frac{c}{1-r}$  ب. اگر  $|r| \leq 1$  آنگاه  $\sum_{n=0}^{\infty} cr^n = \frac{c}{1-r}$   
ج. اگر  $|r| < 1$  آنگاه  $\sum_{n=0}^{\infty} cr^n = \frac{c}{1-r}$  د. اگر  $|r| < 1$  آنگاه  $\sum_{n=1}^{\infty} cr^n = c(1-r)$

۷. به ازای چه مقادیری از  $p$  سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  همگرا است؟

- الف.  $p \geq 1$  ب.  $p \leq 1$  ج.  $p < 1$  د.  $p > 1$

۸. فاصله همگرایی سری  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$  کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

- الف.  $(-1, 1)$  ب.  $(-1, 1)$  ج.  $(-1, 1]$  د.  $[-1, 1]$

۹. مقدار  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$  برابر است با:

- الف.  $\frac{\pi}{4}$  ب.  $\frac{\pi}{2}$  ج. ۰ د. انتگرال واگرا است.

نام درس: ریاضی ۲

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: زمین شناسی (محض-کاربردی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: محض ۱۱۱۱۰۲۹-کاربردی ۱۱۱۱۰۳۱

تعداد کل صفحات: ۴

۱۰. کدام یک از معادلات دیفرانسیل زیر جدا شدنی است؟

الف.  $(x^x + y^x) \frac{dy}{dx} = x^x y$  ب.  $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{x y^x + e^y}$

ج.  $\frac{dy}{dx} = \frac{(x^x + 1) \cos y}{x y^x + x e^y}$  د.  $y' + x y = \tan x$

۱۱. کدامیک از توابع زیر در معادله دیفرانسیل  $xy' + 2y = 4x^x$  صدق نمی‌کند؟

الف.  $y = x^x + 3x^{-x}$  ب.  $y = x^x$  ج.  $y = (x^x + 1)x^{-x}$  د.  $y = 3x^x + x^{-x}$

۱۲. هرگاه  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  آنگاه  $(A+B)^x$  کدام است؟

الف.  $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  ب.  $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  ج.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  د.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

۱۳. فرض کنید  $A$  و  $B$  دو ماتریس باشند. کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

الف.  $A^x - B^x = (A - B)(A + B)$

ب. اگر  $A^x - B^x = (A - B)(A + B)$  آنگاه  $AB = BA$

ج. اگر  $AB = BA$  آنگاه  $A^x - B^x = (A - B)(A + B)$

د.  $A^x - B^x = (A - B)(A + B)$  اگر و تنها اگر  $AB = BA$

۱۴. فرض کنید  $\alpha$  عددی حقیقی باشد، کدامیک از عبارات زیر نادرست است؟

الف.  $(A^t)^t = A$  ب.  $(AB)^t = A^t B^t$  ج.  $(A+B)^t = A^t + B^t$  د.  $(\alpha A)^t = \alpha A^t$

۱۵. مقادیر ویژه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  کدام است؟

الف.  $\lambda = 1$  ب.  $\lambda = 1, \lambda = -2$  ج.  $\lambda = 1, \lambda = 2$  د.  $\lambda = -1, \lambda = 2$

۱۶. فاصله نقاط  $(1, 2, 3)$  و  $(0, 1, 2)$  برابر است با:

الف.  $\sqrt{3}$  ب. ۳ ج.  $\sqrt{2}$  د. ۲

۱۷. کدام گزینه در مورد  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{x^x + y^x}{x + y}$  درست است؟

الف. حد تابع در نقطه مورد نظر موجود نیست.

ب. حد تابع در نقطه مورد نظر موجود و برابر یک است.

ج. حد تابع در نقطه مورد نظر موجود و برابر ۲ است.

د. حد تابع در نقطه مورد نظر موجود و برابر صفر است.

نام درس: ریاضی ۲

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: زمین شناسی (محض-کاربردی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: محض: ۱۱۱۱۰۲۹-کاربردی: ۱۱۱۱۰۳۱

تعداد کل صفحات: ۴

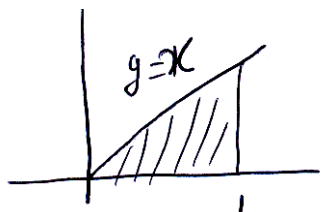
۱۸. اگر  $f(x, y, z) = (\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^{-1}$  آنگاه  $\frac{\partial f}{\partial y}$  در نقطه  $(0, 1, 1)$  کدام است؟

- الف.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  ب.  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$  ج.  $\frac{-1}{2\sqrt{2}}$  د.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۹. در تابع ضمنی  $e^x \sin y + e^y \sin x = 0$ ،  $y'$  کدام است؟

- الف.  $y' = \frac{e^x \sin y - e^y \cos x}{e^x \cos y + e^y \sin x}$  ب.  $y' = -\frac{e^x \cos y - e^y \sin x}{e^x \sin y + e^y \cos x}$   
ج.  $y' = -\frac{e^x \sin y + e^y \cos x}{e^x \cos y + e^y \sin x}$  د.  $y' = \frac{e^x \cos y + e^y \sin x}{e^x \sin y - e^y \cos x}$

۲۰.  $\iint_D (x-y)^2 dA$  وقتی که  $D$  قسمت‌ها شور خورده شکل زیر باشد کدام یک از گزینه‌های زیر است؟



- الف.  $-\frac{1}{12}$  ب.  $\frac{1}{12}$  ج.  $\frac{4}{3}$  د.  $\frac{3}{4}$

### سوالات تشریحی:

۱. نشان دهید  $\int_1^\infty \frac{dx}{1+x^5}$  همگرا است.

۲. جواب معادله دیفرانسیل  $y' + 2xy = e^x(2x+1)$  را با شرط  $y(0) = 0$  بدست آورید.

۳. نوع نقاط بحرانی تابع  $f(x, y) = x^2 - 12y^2 - 4y^3 + 3y^4$  را پیدا کنید.

نام درس: ریاضی ۲

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی-گرایش: زمین شناسی (محض-کاربردی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: محض ۱۱۱۱۰۲۹-کاربردی: ۱۱۱۱۰۳۱

تعداد کل صفحات: ۴

۴. فرض کنید  $t = f(u, v, w) = u^2 + v^2 - w$  و  $u = x^2 y$  و  $v = y^2$  و  $w = e^{-xz}$ ، مشتقات نسبی  $\frac{\partial f}{\partial x}$  و  $\frac{\partial f}{\partial y}$  را محاسبه کنید.

(تنها به یکی از قسمت‌های الف یا ب پاسخ دهید)

۵. الف) انتگرال سه گانه  $\iiint_V f dv$  را که در آن  $f(x, y, z) = x + 2y - z$

$$V = \left\{ (x, y, z) \mid 0 < z < 1 - x - y, 0 \leq y \leq 1 - x, 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \right\}$$

محاسبه کنید.

ب) دستگاه نامعادله 
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 10 \\ x + 2y \leq 6 \end{cases}$$
 را به روش ترسیمی حل کنید.