

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی: گرایش: شیمی (محض و کاربردی)

کد درس: ۱۱۱۱۰۲۶

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۴

۱. کدامیک از معادلات زیر جداشدنی است؟

الف.  $(xy^3 - 4xy)dx + (x^2y^2 + x^3y^2)dy = 0$

ب.  $(x^2y^2 + 1)dx - x^3y^3dy = 0$

ج.  $(2xy + x^2y^2)dx + (x^3 + y^3)dy = 0$

د.  $(x^2 + x^2y^2 + y^2)dx - (x^2 - y^2)dy = 0$

۲. جواب عمومی معادله دیفرانسیل  $y'' = 4e^{-2x} + 6x$  کدام است؟

الف.  $y = -e^{2x} + x^3 + c_1x^2 + c_2x$

ب.  $y = -2e^{-2x} + \frac{x^3}{2} + c_1 + c_2x$

ج.  $y = e^{-2x} + \frac{x^3}{3} + c_1x + c_2$

د.  $y = e^{-2x} + x^3 + c_1x + c_2$

الف.  $y = -e^{2x} + x^3 + c_1x^2 + c_2x$

ج.  $y = e^{-2x} + \frac{x^3}{3} + c_1x + \frac{c_2}{x}$

۳. جواب عمومی معادله  $y' = \frac{1+x^2}{1-y^2}$  کدام است؟

الف.  $(x+y) - \left(\frac{x^3 - y^3}{3}\right) = c$

ب.  $x - y + (x^3 + y^3) = c$

ج.  $x + \frac{x^3}{3} - y + \frac{y^3}{3} = c$

د.  $x - y - (x^3 - y^3) = 3c$

۴. کدامیک از معادلات دیفرانسیل زیر کامل است؟

الف.  $(3x - 2y)dx + (2x - 3y)dy = 0$

ب.  $(2x - 3y)dx - (3x + 2y)dy = 0$

ج.  $(x - y)dx + (y + x)dy = 0$

د.  $(2x - y)dx + (x - 2y)dy = 0$

۵. جواب عمومی معادله دیفرانسیل  $(2y^2 - 4x + 5)dx + (4 - 2y + 4xy)dy = 0$  کدام است؟

الف.  $4x - 2x^2y - 2x^2 - 4y + y^2 = c$

ب.  $5x + 2xy^2 - 2x^2 + 4y - y^2 = c$

ج.  $\frac{2}{3}y^3 - 4xy + 5y - 4x - 2xy + 2x^2y = c$

د.  $2y^3 - 12x^2 + 15x - 4y + y^2 - 2x^2y = c$

۶. یک عامل انتگرال‌ساز برای معادله  $(x^3y^3 + 1)dx + x^2y^2dy = 0$  عبارتست از:

الف.  $\rho = \frac{1}{xy}$

ب.  $\rho = \frac{1}{y}$

ج.  $\rho = \frac{1}{x}$

د.  $\rho = e^{xy}$

نام درس: معادلات دیفرانسیل

تعداد سؤال: ۲۰ نیمی تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: شیمی (محض و کاربردی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۱۰۲۶

تعداد کل صفحات: ۴

۷. حاصل عبارت دیفرانسیلی  $d(\ln(xy))$  کدام است؟

الف.  $\frac{dx}{x} + \frac{dy}{y}$  ب.  $\frac{dx}{y} - \frac{dy}{x}$  ج.  $\frac{ydx - xdy}{xy}$  د.  $\frac{xdx + ydy}{xy}$

۸. معادله دیفرانسیل  $x \ln x \cdot y' + y = 2 \ln x$  خطی مرتبه اول است. جواب عمومی آن کدام است؟

الف.  $\frac{\ln x}{2} + \frac{c}{\ln x}$  ب.  $\frac{x}{2} + \frac{c}{x}$  ج.  $\frac{\ln x}{2} + \frac{c}{x}$  د.  $\frac{x}{2} + \frac{c}{\ln x}$

۹. مسیرهای متعامد بر خانواده سهمیهای  $y = cx^2$  کدام است؟

الف.  $x = ky^2$  ب.  $-x^2 y = k$  ج.  $x^2 - \frac{y^2}{2} = k$  د.  $\frac{x^2}{2} + y^2 = k$

۱۰. معادله دیفرانسیل مرتبه دوم  $\frac{d^2x}{dt^2} + e^{-x} \frac{dx}{dt} = 0$  (که در آن  $t$  متغیر و  $x$  تابع فرض شده است)، به چه روشی قابل حل است؟

الف. معادلات خطی مرتبه دوم همگن ب. معادله مرتبه دوم فاقد متغیر و کاهش مرتبه

ج. معادلات جدانشدنی د. روش تجزیه  $y_2 = y_1 v$  در معادلات مرتبه دوم

۱۱. جواب عمومی معادله همگن  $y'' - 4y' + 3y = 0$  کدام است؟

الف.  $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-3x}$  ب.  $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{3x}$

ج.  $y = c_1 e^x + c_2 e^{3x}$  د.  $y = c_1 e^x + c_2 e^{-3x}$

۱۲. جواب عمومی معادله دیفرانسیل غیرهمگن  $y'' + 2y' - 3y = 5e^{2x}$  کدام است؟

الف.  $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{3x} + e^{2x}$  ب.  $y = c_1 e^x + c_2 e^{-3x} + e^{+2x}$

ج.  $y = c_1 e^x + c_2 e^{-3x} + xe^{2x}$  د.  $y = c_1 e^x + c_2 e^{-3x} - e^{2x}$

۱۳. صورت کلی جواب عمومی معادله  $y'' + 9y = \cos 3x$  کدام است؟

الف.  $y = c_1 \sin 3x + c_2 \cos 3x + (A \cos 3x + B \sin 3x)x$  ، مقادیر معین  $A, B$

ب.  $y = c_1 \sin 3x + c_2 \cos 3x + A \cos 3x$  ، مقدار معین  $A$

ج.  $y = c_1 \sin 3x + c_2 \cos 3x + A \cos 3x + B \sin 3x$  ، مقادیر معین  $A, B$

د.  $y = c_1 \sin 3x + c_2 \cos 3x + Ax \cos 3x + B \sin 3x$  ، مقادیر معین  $A, B$

۱۴. معادله دیفرانسیل غیرهمگن  $y'' + 4y = \sec 2x$  از کدام روش قابل حل است؟

الف. روش ضرایب نامعین ب. روش تغییر پارامترهای ثابت

ج. معادله خطی مرتبه اول د. عامل انتگرال‌ساز

نام درس: معادلات دیفرانسیل

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: شیمی (محض و کاربردی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۱۰۲۶

تعداد کل صفحات: ۴

۱۵. اگر تابع  $f(x)$  با سری توانی  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n!)^p}$  داده شده باشد، شعاع همگرایی سری و دامنه تعریف تابع  $f(x)$  کدام است؟

الف.  $D_f = [-1, 1], R = 1$

ب.  $D_f = [-\infty, 1), R = +\infty$

ج.  $D_f = [0, +\infty), R = +\infty$

د.  $D_f = R, R = +\infty$

۱۶. در تست قبل تابع مشتق  $f(x)$  با کدام سری داده می‌شود؟

الف.  $f'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{((n-1)!)^p}$

ب.  $f'(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{(n-1)!n!}$

ج.  $f'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n!(n-1)!}$

د.  $f'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!(n-1)!}$

۱۷. نقطه  $x_0 = 0$  برای معادله مرتبه دوم  $x^p(1-x)y'' + xy = e^x$  چه نوع نقطه‌ای است؟

الف. معمولی      ب. معمولی نامنظم      ج. منفرد منظم      د. منفرد نامنظم

۱۸. توانهای شاخص برای معادله کوشی-اوایلر  $x^p y'' - 2xy' + 2y = 0$  کدامند؟

الف.  $r = 1, 2$       ب.  $r = -1, -2$       ج.  $r = -1, 2$       د.  $r = 1, -2$

۱۹. جواب عمومی دستگاه معادلات دیفرانسیل  $\begin{cases} x' = 5x + 4y \\ y' = -x + y \end{cases}$  که در آن  $x = x(t), y = y(t)$  توابعی از متغیر  $t$  می‌باشند (کدامست؟)

الف.  $\begin{cases} x = c_1 e^{-3t} + c_2 t e^{-3t} \\ y = (2c_1 - c_2) e^{-3t} + 2c_2 t e^{-3t} \end{cases}$

ب.  $\begin{cases} x = c_1 e^{3t} + c_2 t e^{3t} \\ y = (-2c_1 + c_2) e^{3t} - 2c_2 t e^{3t} \end{cases}$

ج.  $\begin{cases} x = c_1 e^{3t} + c_2 t e^{3t} \\ y = (c_1 - 2c_2) e^{3t} + 2c_2 t e^{3t} \end{cases}$

د.  $\begin{cases} x = c_1 e^{-3t} + c_2 t e^{-3t} \\ y = (c_1 + 2c_2) e^{-3t} - 2c_2 t e^{-3t} \end{cases}$

۲۰. جواب عمومی تبدیل لاپلاس تابع  $y = \sin h(\alpha t) + \cos h(\alpha t)$  از کدام گزینه بدست می‌آید؟

الف.  $Ly = \frac{S^p - \alpha^p}{S^p + \alpha^p}$       ب.  $Ly = \frac{1}{S + \alpha}$       ج.  $Ly = \frac{S^p + \alpha^p}{S^p - \alpha^p}$       د.  $Ly = \frac{1}{S - \alpha}$

نام درس: معادلات دیفرانسیل

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: شیمی (محض و کاربردی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۱۰۲۶

تعداد کل صفحات: ۴

## «سؤالات تشریحی»

۱. معادلات مرتبه اول زیر را حل کنید.

الف)  $x^2 \frac{dy}{dx} - 3xy - 2y^2 = 0$

ب)  $(2x^3 - xy^2 - 2y + 3)dx - (x^2y + 2x)dy = 0$

۲. مسیرهای متعامد بر خانوادهٔ دوائر  $x^2 + y^2 = a^2$  را بدست آورید.۳. معادلهٔ دیفرانسیل مرتبه دومی بسازید که جواب عمومی آن  $y = c_1 e^{-3x} + c_2 e^{5x}$  باشد. (ابتدا معادلهٔ شاخص آن را بیابید.)۴. جواب معادلهٔ  $y'' - xy' - y = 0$  را بروش سریهای توانی در اطراف نقطهٔ  $x_0 = 0$  بیابید.

۵. فقط به یکی از دو قسمت به دلخواه و به طور کامل پاسخ دهید.

الف. دستگاه غیرهمگن  $\begin{cases} x' = 2x + y + 3e^{2t} \\ y' = -4x + 2y + te^{2t} \end{cases}$  را حل کنید.  $\begin{pmatrix} x = x(t) \\ y = y(t) \end{pmatrix}$

یا

ب. تبدیل لاپلاس تابع  $f(t) = t^2 e^{-3t}$  را بدست آورید.تبدیل وارون عبارت  $y = \frac{1}{s(s^2 - 4)}$  را بدست آورید.