

نام درس: مکانیک کوانتومی ۱

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۴

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک - (حالت جامد - اتمی و مولکولی - هسته‌ای) زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۳۰۴۱

تعداد کل صفحات: ۵

* استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱. با توجه به توان انرژی تابش در یک جسم سیاه $E(\lambda, T)$ و چگالی انرژی در داخل کاواک $u(\lambda, T)$ کدام رابطه برقرار می‌باشد.

الف. $u(\lambda, T) = \frac{\rho}{c} E(\lambda, T)$ ب. $u(\lambda, T) = \frac{\rho}{c^2} E(\lambda, T)$

ج. $u(\lambda, T) = \frac{c}{\rho} E(\lambda, T)$ د. $u(\lambda, T) = \frac{c^2}{\rho} E(\lambda, T)$

۲. کدام رابطه برای یک جسم سیاه برقرار نمی‌باشد.

الف. $u(\lambda, T) = \frac{f(\lambda T)}{\lambda^4}$ ب. $\lambda_{\max} \approx \frac{1}{T}$

ج. $u(\lambda, T) = \frac{\pi^2 h}{c^3} \frac{v^3}{e^{kT-1}}$ د. هر سه گزینه درست می‌باشد.

۳. برای خروج الکترون از سطح یک فلز در اثر فوتوالکتریک، ...

الف. تنها به دامنه فوتون ورودی بستگی دارد. ب. به شدت فوتون بستگی دارد.
ج. به انرژی جنبشی الکترون در فلزات بستگی دارد. د. تنها به فرکانس فوتون ورودی بستگی دارد.

۴. در پدیده کامپتون (برهم‌کنش غیرالاستیکی فوتون با الکترون)، اگر فوتون ورودی دارای طول موج 0.222 \AA انگستروم

باشد، طول موج فوتون خروجی در زاویه 120° درجه برابر است با: $(\frac{h}{m_e c} = 0.246 \text{ \AA})$

الف. 0.2591 \AA ب. 0.216734 \AA ج. 0.24065 \AA د. 0.20375 \AA

۵. کدام یک از آزمایشات زیر پدیده موجی الکترون را نشان می‌دهد؟

الف. آزمایش فوتوالکتریک ب. آزمایش دو شکافی ینگ
ج. آزمایش پراکندگی کامپتون د. هر سه گزینه

۶. تابع موج الکترونی در فضا دارای کدام یک از خواص ذیل نمی‌باشد.

الف. $\langle P \rangle = \frac{\hbar}{i} \int_{-\infty}^{\infty} dx \left(\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^2} x \psi - \psi^* x \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right)$ ب. $\int |\psi|^2 dx \leq \infty$

ج. $\frac{\partial}{\partial t} |\psi|^2 + \frac{\partial}{\partial x} j(x, t) = 0$ د. $i\hbar \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial t^2} = - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2}$

نام درس: مکانیک کوانتومی ۱

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۴

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک - (حالت جامد - اتمی و مولکولی - هسته‌ای) زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۳۰۴۱

تعداد کل صفحات: ۵

۷. با توجه به تابع موج الکترونی در فضا به صورت $\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$ ، چگالی جریان الکترون برابر است با:

الف. $j(x) = \frac{P}{m} (|A|^2 + |B|^2)$ ب. $j(x) = \frac{P}{m} (|A|^2 - |B|^2)$

ج. $j(x) = \frac{P}{im} (|A|^2 + |B|^2)$ د. $j(x) = \frac{P}{im} (|A|^2 - |B|^2)$

۸. اگر مابین دو مشاهده‌پذیر A و B رابطه $[A, B] = ih$ برقرار باشد به این معنی است که، ...

الف. می‌توان یک دسته بردار پایه مشترک برای آنها بدست آورد.

ب. نمی‌توان یک دسته بردار پایه مشترک برای آنها بدست آورد.

ج. می‌توان دو مشاهده‌پذیر را همزمان اندازه‌گیری نمود، و اصل عدم قطعیت برقرار نمی‌باشد.

د. نمی‌توان دو مشاهده‌پذیر را همزمان اندازه‌گیری نمود، و اصل عدم قطعیت برقرار نمی‌باشد.

۹. کدام یک از عملگرها زیر خطی است؟

الف. $of(x) = \left[\frac{df(x)}{dx} \right]^3$ ب. $of(x) = [f(x)]^2$

د. هر سه گزینه درست است.

ج. $of(x) = x^2 f(x)$

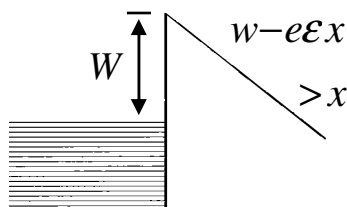
۱۰. ویژه حالت انرژی الکترون در یک چاه پتانسیل با ابعاد بینهایت برابر است با:

الف. $E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2ma^2}$ ب. $E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2ma^2}$ ج. $E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2ma^2}$ د. $E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2ma^2}$

۱۱. فلزی را تحت تاثیر میدان الکتریکی یکنواخت \mathcal{E} قرار می‌دهیم. از رابطه WKB $|T|^2 = C e^{-2 \int dx \sqrt{2m(V(x) - E)}}$

(C عددی ثابت) که در آن $E < V_x$ با پهنای سد a برابر $a = \frac{W}{e\mathcal{E}}$ و تابع کار فلز W می‌باشد (مطابق شکل)، ضریب

گذر برابر است با:



الف. $|T|^2 = C e^{-\frac{4\sqrt{2}}{3} \sqrt{mWa^2} \hbar^2}$ ب. $|T|^2 = C e^{-\frac{4\sqrt{2}}{3} \frac{mWa^2}{\hbar^2}}$

ج. $|T|^2 = C e^{-\frac{4\sqrt{2}}{3} \sqrt{\frac{Wa}{\hbar^2}}}$ د. $|T|^2 = C e^{-\frac{4\sqrt{2}}{3} \frac{Wa}{\hbar^2}}$

نام درس: مکانیک کوانتومی ۱

تعداد سؤال: ۲۰ نسی تکمیلی — تشریحی ۴

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک - (حالت جامد - اتمی و مولکولی - هسته‌ای) زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۳۰۴۱

تعداد کل صفحات: ۵

۱۲. با توجه به ویژه مقدار انرژی اتم هیدروژن به صورت $E_n(eV) = \frac{-13.6}{n^2}$ ، انرژی لازم برای برانگیختگی اول چیست؟

الف. $17.0 eV$ ب. $10.35 eV$ ج. $6.18 eV$ د. $20.4 eV$

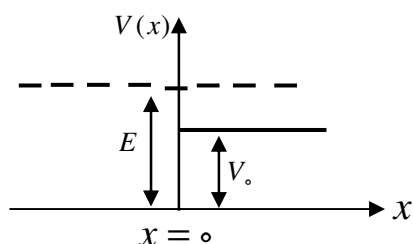
۱۳. با توجه به تبدیل فوریه، تابع موج الکترونی به صورت $\begin{cases} A(k) = N & -K < k < K \\ = 0 & \text{در جای دیگر} \end{cases}$ است، تابع موج الکترون در فضای حقیقی چگونه است.

الف. $\psi(x) = \sqrt{N} \left[\frac{\sin Kx}{x} - \frac{\cos Kx}{x} \right]$ ب. $\psi(x) = \sqrt{N} \frac{\cos Kx}{x}$ ج. $\psi(x) = \sqrt{N} \frac{\sin Kx}{x}$ د. $\psi(x) = \sqrt{N} \left[\frac{\sin Kx}{x} + \frac{\cos Kx}{x} \right]$

۱۴. با توجه به تبدیل فوریه، تابع موج الکترونی به صورت $\begin{cases} A(k) = N & -K \leq k \leq K \\ = 0 & \text{در جای دیگر} \end{cases}$ است، که در آن N یک عدد ثابتی می‌باشد، رابطه عدم قطعیت عبارت است؟

الف. $\Delta k \Delta x = 4\pi$ ب. $\Delta k \Delta x = 2\pi$ ج. $\Delta k \Delta x = \hbar$ د. $\Delta k \Delta x = 2\hbar$

۱۵. با توجه به یک پتانسیل پله‌ای با ارتفاع V_0 و انرژی ذره $E > V_0$ (مطابق شکل) و با در نظر گرفتن عبارتهای q و k به صورت $\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2} = q^2$ ، $\frac{2mE}{\hbar^2} = k^2$ ضرایب گذار و انعکاس برابر است با:



الف. $R = \frac{k+q}{k-q}$ ، $T = \frac{2k}{k-q}$ ب. $R = \frac{k+q}{k-q}$ ، $T = \frac{2k}{k+q}$ ج. $R = \frac{k-q}{k+q}$ ، $T = \frac{2k}{k-q}$ د. $R = \frac{k-q}{k+q}$ ، $T = \frac{2k}{k+q}$

۱۶. اگر مشاهده‌پذیر A با هامیلتونی جابجا پذیر باشد، ...

الف. مشاهده‌پذیر A یک ثابت حرکت و با هر مشاهده‌پذیری دیگری جابجا پذیر می‌باشد.

ب. مشاهده‌پذیر A یک ثابت حرکت

ج. می‌توان یک ویژه پایه مشترک برای مشاهده‌پذیر A و هر مشاهده‌پذیری دیگر نوشت.

د. می‌توان یک ویژه پایه مشترک برای هامیلتونی و هر مشاهده‌پذیری دیگر نوشت.

نام درس: مکانیک کوانتومی ۱

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۴

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک - (حالت جامد - اتمی و مولکولی - هسته‌ای) زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۳۰۴۱

تعداد کل صفحات: ۵

۱۷. کدام یک از عبارات زیر درست می‌باشد؟

- الف. در تصویر شرودینگر ویژه حالتها با زمان تغییر می‌کنند و عملگرها مستقل زمانی هستند.
 ب. در تصویر هایزنبرگ ویژه حالتها با زمان تغییر می‌کنند و عملگرها مستقل زمانی هستند.
 ج. در تصویر شرودینگر ویژه حالتها با زمان تغییر نمی‌کنند و عملگرها وابسته زمانی هستند.
 د. در تصویر شرودینگر هم ویژه حالتها و هم عملگرها با زمان تغییر می‌کنند.

۱۸. هامیلتونی یک نوسانگر هماهنگ ساده به صورت زیر تعریف می‌شود، با توجه به رابطه جابجایی مابین اپراتورهای اندازه حرکت و مکان $[p, x] = -i\hbar$ کدام عبارت درست می‌باشد.

الف. $H = \omega \left(\sqrt{\frac{m\omega}{2}} p - \frac{x}{\sqrt{2m\omega}} \right) \left(\sqrt{\frac{m\omega}{2}} p + \frac{x}{\sqrt{2m\omega}} \right)$

ب. $H = \omega \left(\sqrt{\frac{m\omega}{2}} p - i \frac{x}{\sqrt{2m\omega}} \right) \left(\sqrt{\frac{m\omega}{2}} p + i \frac{x}{\sqrt{2m\omega}} \right)$

ج. $H = \omega \left(\sqrt{\frac{m\omega}{2}} x - \frac{p}{\sqrt{2m\omega}} \right) \left(\sqrt{\frac{m\omega}{2}} x + \frac{p}{\sqrt{2m\omega}} \right)$

د. $H = \omega \left(\sqrt{\frac{m\omega}{2}} x - i \frac{p}{\sqrt{2m\omega}} \right) \left(\sqrt{\frac{m\omega}{2}} x + i \frac{p}{\sqrt{2m\omega}} \right)$

۱۹. ذره‌ای در فضا در ابتدا با بسته موج $\psi(x) = \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{\alpha x^2}{2}}$ داده می‌شود. احتمال اینکه ذره دارای اندازه حرکت ما

بین (p) و $(p + dp)$ باشد برابر است با:

الف. $|\phi(p)|^2 dp = \left(\frac{1}{\pi\alpha\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{p^2}{\alpha\hbar^2}}$ ب. $|\phi(p)|^2 dp = \left(\frac{1}{\pi\alpha\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\alpha p^2}{\hbar^2}}$

ج. $|\phi(p)|^2 dp = \left(\frac{1}{\pi\alpha\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} e^{\frac{p^2}{\alpha\hbar^2}}$ د. $|\phi(p)|^2 dp = \left(\frac{1}{\pi\alpha\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} e^{\frac{\alpha p^2}{\hbar^2}}$

راهنمایی: $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$

نام درس: مکانیک کوانتومی ۱

تعداد سؤال: ۲۰ نسی تکمیلی — تشریحی ۴

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک - (حالت جامد - اتمی و مولکولی - هسته‌ای) زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۳۰۴۱

تعداد کل صفحات: ۵

۲۰. شکل عملگری $x^2 p$ کدام است؟

الف. $\frac{(x^2 p + 2xpx + px^2)}{4}$ ب. $\frac{(x^2 p - xpx + px^2)}{3}$

ج. xpx د. $\frac{(x^2 p - 2xpx + px^2)}{4}$

سؤالات تشریحی

۱. تابع موج الکترونی به صورت $\psi(r) = Ne^{-\alpha r}$ را در نظر بگیرید. در اینجا N ضریب بهنجارش و α پارامتری ثابت

می‌باشد. $(\int_0^\infty dx x^n e^{-x} = \Gamma(n+1) = n!)$

الف. ضریب بهنجارش را بدست آورید.

ب. مقدار چشمداشتی کمیت‌های $\langle r^2 \rangle$ و $\langle r \rangle$ را بدست آورید.

ج. تابع موج الکترون در فضای اندازه $\tilde{\psi}(k)$ حرکت بدست آورید.

۲. الکترونی در یک چاه پتانسیل بینهایت در محدوده $\frac{-a}{2} < x < \frac{a}{2}$ با تابع موج زیر در نظر بگیرید:

$$\psi(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} & \frac{-a}{2} < x < 0 \\ 0 & 0 < x < \frac{a}{2} \end{cases}$$

الف. آیا در زمانها بعدی تابع موج الکترون جایگزیده باقی می‌ماند؟

ب. احتمال قرار گرفتن الکترون در حالت پایه و اولین حالت برانگیخته را محاسبه کنید.

۳. الکترونی در حالت پایه در یک چاه پتانسیل بینهایت با پهنای $2a$ در محدوده $-a < x < a$ قرار گرفته شده است. ناگهان

دیواره را به پهنای $2b$ ($b > a$) می‌رسانیم.

الف. احتمال باقی ماندن الکترون در حالت پایه چیست.

ب. احتمال قرار گرفتن الکترون در اولین حالت برانگیخته چیست.

۴. پراکندگی ناشی از یک پتانسیل دلتا $V_0 \delta(x)$ در نظر بگیرید. ضریب عبور را محاسبه نمایید.