

نام درس: سریهای زمانی ۱

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: آمار - ریاضی (محض و کاربردی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: آمار: ۱۱۱۷۰۳۵ - ریاضی: ۱۱۱۱۰۷۷

تعداد کل صفحات: ۴

ماشین حساب مجاز است

۱. مفهوم اساسی مانایی کدام است؟

الف. فرایند در تعادل آماری است.

ج. قوانین حاکم بر فرایند با زمان تغییر می‌کند.

د. موارد الف و ب

ب. قوانین حاکم بر فرایند با زمان تغییر نمی‌کند.

۲. داده‌های جدول زیر را در نظر بگیرید:

T (سال)	۱۳۷۰	۱۳۷۱	۱۳۷۲	۱۳۷۳	۱۳۷۴
X	۲۸	۳۸	۴۶	۴۰	۵۶

با در نظر گرفتن مبدأ در سال ۷۲ مقدار X در سال ۷۵ برابر است با :

الف. ۶۰

ب. ۷۳

ج. ۵۹

د. ۳۲

۳. کدام یک از الگوهای زیر به تبدیل احتیاج ندارد؟

الف. $X_t = m_t + s_t + \varepsilon_t$ ب. $X_t = m_t s_t + \varepsilon_t$ ج. $X_t = m_t s_t \varepsilon_t$ د. $X_t = m_t + s_t \varepsilon_t$ ۴. برای یک سری زمانی کاملاً تصادفی به ازای مقادیر بزرگ N و تمام مقادیر $k \neq 0$ ، مقدار r_k برابر است با :

الف. ۱

ب. صفر

ج. -۱

د. هیچکدام

۵. تابع اتو کواریانس $X_t = z_1 + z_2 t$ که در آن $t \in [0, 1]$ و $z = (z_1, z_2)' \sim N\left((\mu_1, \mu_2), \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix}\right)$ کدام گزینه است؟

الف. $\sigma_{11} + \sigma_{12}(t+k) + \sigma_{12}t + \sigma_{22}t(t+k)$ ب. $\sigma_{11} - \sigma_{12}(t+k) + \sigma_{12}t - \sigma_{22}t(t+k)$ ج. $\sigma_{12}t + t\sigma_{22}k$ د. $\sigma_{12}t + t\sigma_{22}(t+k) - \sigma_{21}(t+k)$ ۶. مقدار ρ_6 فرایند $X_t = 0.6 X_{t-1} + Z_t$ کدام است؟الف. $(0.6)^6$ ب. 0.6 ج. $(6)^{0.6}$

د. هیچکدام

۷. تابع خود همبستگی جزئی (ϕ_{22}) فرایند $X_t = Z_t - 0.1 Z_{t-1}$ برابر است با :الف. $0.4 / 0.4$

ب. صفر

ج. $0.38 / 0.4$ د. $0.4 / 1.0$

نام درس: سریهای زمانی ۱

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: آمار - ریاضی (محض و کاربردی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: آمار: ۱۱۱۷۰۳۵ - ریاضی: ۱۱۱۱۰۷۷

تعداد کل صفحات: ۴

۸. فرایند $X_t = 0.2X_{t-1} + Z_t$ را در نظر می‌گیریم. مقدار $\text{var}(X_t - X_{t-1})$ برابر است با:

- الف. $1/6\sigma_z^2$ ب. $1/3\sigma_z^2$ ج. σ_z^2 د. صفر

۹. تابع چگالی طیفی فرایند $X_t = 0.1x_{t-1} + z_t - 0.2z_{t-1}$ وقتی $\sigma_z^2 = 1$ باشد، برابر کدام گزینه است؟

- الف. $\frac{1/4 - 0.2 \sin \omega}{\pi(1/4 - 0.2 \sin \omega)}$ ب. $\frac{1/2 + 0.4 \cos \omega}{\pi(1/2 - 0.4 \cos \omega)}$
 ج. $\frac{1/2 + 0.4 \sin \omega}{\pi(1/2 - 0.4 \cos \omega)}$ د. $\frac{1/4 + 0.2 \cos \omega}{\pi(1/4 - 0.2 \cos \omega)}$

۱۰. کدام گزینه در مورد تابع چگالی طیفی فرایند میانگین متحرک مرتبه اول نادرست است؟

- الف. وقتی $\beta > 0$ باشد خود همبستگی سری منفی بوده و در نتیجه نسبتاً ناهموار است.
 ب. وقتی $\beta < 0$ باشد خود همبستگی سری مثبت بوده و در نتیجه نسبتاً ناهموار است.
 ج. وقتی $\beta < 0$ باشد خود همبستگی سری منفی بوده و در نتیجه نسبتاً ناهموار است.
 د. موارد الف و ب صحیح می‌باشد.

۱۱. مراحل الگوسازی یک سری زمانی کدامند؟

- الف. شناخت، برآورد، بررسی درستی تشخیص
 ب. رسم نمودار، مدل سازی، پیش بینی
 ج. شناخت، برآورد، پیش بینی
 د. رسم نمودار، برآورد، پیش بینی

۱۲. تابع خود همبستگی (برای $k = 2$) فرایند $X_t = 0.2X_{t-1} + z_t$ برابر است:

- الف. $\rho_2 = 0.2^2$ ب. $\rho_2 = 2^0/2$ ج. $\rho_2 = 2(0.2)$ د. هیچکدام

۱۳. فرایند $X_t - 10/2 = 0.7(X_{t-1} - 10/2) + z_t$ در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم مقدار فعلی فرایند $10/6$ باشد دراین صورت پیش بینی دو واحد زمان بعد $(\hat{x}_t(2))$ برابر است با:

- الف. $10/48$ ب. $13/25$ ج. $10/396$ د. $11/2$

۱۴. فرض کنیم مقدار برآوردهای β, α برای یک فرایند $ARMA(1,1)$ به ترتیب برابر با $\hat{\alpha} = 0.3, \hat{\beta} = 0.2$ می‌باشد.در اینصورت مقدار ρ_1 چقدر است؟

- الف. 0.102 ب. 0.95 ج. 0.90 د. 0.85

۱۵. مراحل تجزیه و تحلیل یک سری زمانی به ترتیب عبارتند از:

- الف. تشریح، کنترل، توصیف، پیش بینی
 ب. توصیف، تشریح، پیش بینی، کنترل
 ج. کنترل، توصیف، تشریح، پیش بینی
 د. توصیف، پیش بینی، کنترل، تشریح

نام درس: سریهای زمانی ۱

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: آمار - ریاضی (محض و کاربردی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: آمار: ۱۱۱۷۰۳۵ - ریاضی: ۱۱۱۱۰۷۷

تعداد کل صفحات: ۴

$$۱۶. \text{ اگر } X_t = z_t - \sum_{i=1}^q \theta_i z_{t-i} \text{ آنگاه برای } q=1$$

$$\text{الف. } \rho_1 = \frac{\theta_1}{1 - \theta_1^2} \quad \text{ب. } \rho_1 = \frac{-\theta_1}{1 - \theta_1^2} \quad \text{ج. } \rho_1 = \frac{-\theta_1}{1 + \theta_1^2} \quad \text{د. } \rho_1 = \frac{\theta_1}{1 + \theta_1^2}$$

۱۷. گزینه صحیح کدام است؟

الف. از مرحله q به بعد فرایند $MA(q)$ مقدار $\gamma_k = 0$ می باشد.ب. از مرحله q به بعد فرایند $MA(q)$ مقدار $\gamma_k = 1$ می باشد.ج. از مرحله q به بعد فرایند $MA(q)$ مقدار $\gamma_k = -1$ می باشد.

د. موارد ب و ج صحیح می باشد.

$$۱۸. \text{ معادله مفسر } y^2 - \frac{1}{12}y - \frac{1}{12} = 0 \text{ برای محاسبه تابع خود همبستگی کدام فرایند زیر می باشد؟}$$

$$\text{الف. } x_t = \frac{1}{12}x_{t-1} - \frac{1}{12}x_{t-2} + z_t \quad \text{ب. } x_t = \frac{1}{12}x_{t-1} - x_{t-2} - \frac{1}{12}z_t$$

$$\text{ج. } x_t = x_{t-1} - \frac{1}{12}x_{t-2} + z_t \quad \text{د. هیچکدام}$$

۱۹. برای بدست آوردن تغییرات فصلی یک سری زمانی بهترین روش کدام است؟

الف. روش درصد متوسط سالانه

ب. روش درصد روند

ج. روش درصد میانگین متحرک

د. همه موارد

۲۰. ناحیه ایستائی فرایند $z_i = \phi_1 z_{i-1} + \phi_2 z_{i-2} + a_i$ کدام است؟

$$\text{الف. } -1 < \phi_1 < -1 \quad \phi_1 + \phi_2 < 1 \quad -\phi_1 + \phi_2 < 1$$

$$\text{ب. } |\phi_2| < -1 \quad \phi_1 + \phi_2 < 1 \quad -\phi_1 + \phi_2 < -1$$

$$\text{ج. } \phi_2 < -1 \quad \phi_1 + \phi_2 < 1 \quad -\phi_1 + \phi_2 < 1$$

$$\text{د. } \phi_2 < 1 \quad \phi_1 - \phi_2 < 1 \quad -1\phi_1 + 2\phi_2 < 1$$

نام درس: سربهای زمانی ۱

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: آمار - ریاضی (محض و کاربردی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: آمار: ۱۱۱۷۰۳۵ - ریاضی: ۱۱۱۱۰۷۷

تعداد کل صفحات: ۴

سؤالات تشریحی

۱. یک سری زمانی مانایی $(X_t, t = \dots, -1, 0, +1, \dots)$ دارای تابع چگالی طیفی نرمال شده
$$f_{\omega}^* = \frac{2(\pi - \omega)}{\pi^2} \quad 0 < \omega < \pi$$

نشان دهید تابع خود همبستگی این فرایند بصورت زیر است.

$$f(k) = \begin{cases} 1 & \circ \quad k = 0 \\ \left(\frac{2}{\pi k}\right)^2 & \circ \quad k \text{ فرد} \\ 0 & \circ \quad k \text{ زوج } k \neq 0 \end{cases}$$

۲. از یک سری به طول ۲۰۰ نتایج زیر به دست آمده است:

$$r_1 = 0.8 \quad r_2 = 0.5 \quad r_3 = 0.4 \quad \bar{x} = 2 \quad S^2 = 5$$

اگر فرض $AR(2)$ با جمله ثابت مناسب برای الگو مناسب باشد، مطلوب است: برآورد $\mu_0, \sigma_z^2, \alpha_2, \alpha_1$

۳. به طور خلاصه تغییرات روند، فصلی، نامنظم و دوره‌ای را شرح دهید.

۴. ثابت کنید همواره $|\rho(k)| \leq 1$.

۵. فرض کنید M_t تصادفی است و بطوری که الگوی گام برداری تصادفی روی آن اثر دارد در طول زمان بلندی تغییر می‌کند. برای مثال فرض کنید $M_t = M_{t-1} + b_t$ با $z_t = M_t + a_t$ که $\{b_t\}, \{a_t\}$ سربهای اغتشاش خالص مستقل‌اند.

الف. فرایند Δz_t را بدست آورید.ب. ρ_1 برای فرایند Δz_t را بدست آورید.