

نام درس: رگرسیون

رشته تحصیلی و کد درس: آمار - آمار ریاضی ارشد (۱۱۱۷۰۳۶)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

امام علی<sup>(ع)</sup>: شرافت به خرد و ادب است نه به دارایی و نژاد.۱.  $cov(X + C, Y + d) = cov(X, Y)$  یعنی: .....

الف. کوواریانس یک تابع جابجایی پذیر است.

ب. کوواریانس یک تابع اندازه پذیر است.

ج. کوواریانس به مبداء اندازه گیری  $X$  و  $Y$  بستگی ندارد.

د. کوواریانس دو متغیر تصادفی با یک مقدار ثابت صفر است.

۲. رابطه  $X$  و  $Y$  ناوابسته اند  $\Leftrightarrow \rho(X, Y) = 0$  چه موقعی درست است؟الف.  $X$  و  $Y$  هر یک دارای توزیع نرمال باشند.ب.  $X$  و  $Y$  دارای توزیع نرمال توأم باشند.ج.  $X$  و  $Y$  متغیر تصادفی ناهمبسته باشند.د.  $X$  یک ترکیب خطی از  $Y$  نباشد.۳. با فرض نرمال بودن توأم  $(X, Y)$  و  $n > 2$  برای آزمون فرضیه  $\begin{cases} H_0: \rho = 0 \\ H_1: \rho \neq 0 \end{cases}$  آماره آزمون کدام است؟

$$T = \frac{R(\sqrt{n-2})}{\sqrt{1-R^2}} \quad \text{ب.}$$

$$w = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+r}{1-r} \right) \quad \text{الف.}$$

$$T = \frac{R\sqrt{n-1}}{1-R^2} \quad \text{د.}$$

$$T = \frac{1}{2} \ln \frac{1+R}{1-R} \quad \text{ج.}$$

۴. هرگاه داشته باشیم  $\rho = 0.6$ ،  $\sigma_X^2 = 1$ ،  $\sigma_Y^2 = 1$ ،  $\mu_X = 3$  و  $\mu_Y = 3$  برای  $x = 3$  مقدار  $y$  به کمک بهترین تابع پیش‌بینی‌کننده خطی کدام است؟

د. ۴

ج. ۱/۵

ب. ۳

الف. ۲

۵. متغیر تصادفی  $X$  دارای میانگین  $\mu$  و واریانس  $\sigma^2$  می‌باشد. تابع  $E_{Y|X}(|Y - d(X)|^2 | X = x)$  به ازای چه

 $d$ ‌هایی کمترین مقدار را می‌گیرد؟ب.  $d(x) = \text{median}(x)$ الف.  $d(x) = \mu$ 

د. این تابع مقداری ثابت است.

ج.  $d(x) = E(Y | X = x)$

نام درس: رگرسیون

رشته تحصیلی و کد درس: آمار - آمار ریاضی ارشد (۱۱۱۷۰۳۶)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۶. کدامیک از روابط زیر در مورد  $E_i$  و  $\hat{E}_i = Y_i - \hat{Y}_i$  صادق است؟

الف.  $E(\hat{E}_i^2) = \sigma^2$

ب.  $E_i \sim N(\mu, \sigma^2)$

ج.  $\sum E_i^2 \sim \sigma^2 \chi^2_{(n-2)}$

د.  $\sum \hat{E}_i^2 \sim \sigma^2 \chi^2_{(n-2)}$

۷. جذر ضریب تعیین جهت محاسبه کدام یک از معیارهای زیر به کار می‌رود؟

الف. ضریب همبستگی بین متغیرهای مستقل و خطا

ب. قدر مطلق ضریب همبستگی بین  $\hat{Y}_i, Y_i$ 

ج. ارتباط متغیرهای توضیحی و پاسخ

د. شیب خط رگرسیونی

۸. اگر متغیر وابسته  $Y$  به گونه‌ای باشد که برای  $x = 0$  داشته باشیم:  $E(Y | X = 0) = 0$ 

الف. شیب خط مثبت است.

ب. شیب خط منفی است.

ج. عرض از مبدأ صفر است.

د. شیب خط صفر است.

۹. اگر واریانس خطا ثابت نباشد برای برآورد پارامترهای مدل رگرسیون از چه روشی استفاده می‌شود؟

الف. حداقل مربعات خطا

ب. حداکثر درست‌نمایی

ج. حداقل قدر مطلق خطا

د. حداقل مربعات وزنی

۱۰. کدامیک از گزینه‌ها با یک تبدیل، به یک مدل خطی تبدیل می‌شوند؟

الف.  $Y | x = a + bx + cx^2$

ب.  $Y | x = a + cxe^{-bx}$

ج.  $Y | x = ae^{bx}$

د.  $Y | x = a + \frac{e^{bx}}{bx+1}$

۱۱. تصویر بردار  $U = (3, 4, 1, 2)$  روی بردار  $(1, 0, 1, 0)$  کدام است؟

الف.  $(2, 0, 2, 0)$

ب.  $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{5}{2})$

ج.  $(1, 0, 1, 0)$

د.  $(2, 1, 4, 3)$

$$U_1 = 2Y_1 + Y_2 + 1$$

$$U_2 = Y_1 - Y_2 + 2$$

۱۲. متغیرهای تصادفی  $(Y_1, Y_2)$  دارای واریانس مشترک می‌باشند و داریم  $\sigma_{12} = -1$  فرض کنیدماتریس کوواریانس بردار تصادفی  $U = [U_1, U_2]'$  کدام است؟

الف.  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

ب.  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

ج.  $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

د.  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

نام درس: رگرسیون

رشته تحصیلی و کد درس: آمار - آمار ریاضی ارشد (۱۱۱۷۰۳۶)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱۳. هر پاسخ معادله ماتریسی  $(Y - Xa)'X = 0$  در مدل خطی چند متغیری .....:

الف. مجموع خطاها را مینیمم می‌کند.

ب. مجموع قدرمطلق خطاها را مینیمم می‌کند.

ج. مجموع توانهای دوم خطا را مینیمم می‌کند.

د. مجموع نسبت خطاها را مینیمم می‌کند.

۱۴. در مدل خطی چند متغیری یک برآورد نارایب  $\sigma^2$  عبارت است از:

الف.  $\hat{\sigma}^2$  ب.  $\frac{1}{n} \|Y - \hat{Y}\|^2$

ج.  $\| \frac{Y - \hat{Y}}{n} \|^2$  د.  $\frac{\|Y - X \hat{a}\|^2}{n - k}$

۱۵. اگر در مدل خطی چند متغیری ماتریس  $X$  پر رتبه ستونی نباشد:

الف. معادلات نرمال دارای پاسخ نیستند.

ج. معادلات نرمال دارای پاسخ منحصر به فرد نیستند.

۱۶. در مدل خطی  $Y = Xa + E$  داریم:

الف.  $\hat{a} \sim N(a, (X'X)^{-1})$  ب.  $\hat{a} \sim N(a, \sigma^2 (X'X)^{-1})$

ج.  $\hat{a} \sim N(\hat{a}, (X'X)^{-1} \cdot \sigma)$  د.  $\hat{a} \sim N(a, \sigma^2 \cdot (X'X))$

۱۷. در مدل خطی چندگانه  $Y = Xa + E$  تحت فرض  $Ma = 0$ :  $H_0$  به طوری که  $M$  یک ماتریس  $h \times k$  پر رتبه ستونی

باشد و  $E \sim N(0, \sigma^2 I)$  برآورد کمترین توان‌های دوم برای  $\sigma^2$  کدام است:

الف.  $\frac{\|Y - \hat{Y}\|^2}{n - k}$  ب.  $\frac{\|Y - \hat{\mu}\|^2}{n - k}$

ج.  $\frac{\|Y - \hat{\mu}\|^2}{n - k + h}$  د.  $\frac{\|Y - \hat{Y}\|^2}{n - k + h}$

۱۸. در یک تحلیل رگرسیونی  $SSR = ۲۵۶$  و  $SST = ۳۰۰$  برآورد ضریب همبستگی چندگانه چقدر است؟

الف. ۰/۷۴ ب. ۰/۹۲ ج. ۰/۸۵ د. ۰/۹۷

۱۹. برای کاهش اثر هم خطی از چه روشی استفاده کنیم؟

الف. رگرسیون استوار

ب. رگرسیون لوجستیک

ج. رگرسیون برآمده

د. رگرسیون کاهش هم خطی

نام درس: رگرسیون

رشته تحصیلی و کد درس: آمار - آمار ریاضی ارشد (۱۱۱۷۰۳۶)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

مجاز است.

ماشین حساب

استفاده از:

یک (۱)

کد سری سؤال:

۲۰. لگاریتم نسبت بختی  $\frac{P(x)}{1-P(x)}$  را چه می نامند؟

د. تبدیل باکس - کاکس

ج. تبدیل رگرسیونی

ب. تبدیل لوجیت

الف. تبدیل لوجستیک

## سؤالات تشریحی

بارم هر سؤال ۱/۶ نمره می باشد.

۱. فرض کنید  $(X, Y)$  دارای تابع چگالی سه جمله ای زیر باشد:

$$f(x, y) = \frac{n!}{x!y!(n-x-y)!} P_1^x P_2^y (1-P_1-P_2)^{n-x-y}$$

به طوری که  $x$  و  $y$  اعداد صحیح غیرمنفی بوده و  $x+y \leq n$ . تابع رگرسیون  $Y$  روی  $X$  را پیدا کنید.

۲. در مدل خطی  $y = bx + E$  فرض کنید  $E \sim N(0, x\sigma^2)$  باشد، برای نمونه مستقل  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  مطلوب است برآوردهای  $b$  و  $\sigma^2$ ؟

۳. برای سه متغیر  $X_1, X_2, X_3$  و ضریب همبستگی دوگانه به ترتیب عبارتند از:  $\rho_{12} = 0.65$ ,  $\rho_{13} = 0.7$  و  $\rho_{23} = 0.9$

مطلوب است ضریب همبستگی جزئی  $\rho_{13|2}$ ؟ و تفسیر آن

۴. مدل خطی زیر را در نظر می گیریم:

$$Y = a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + E \quad E \sim N(0, \sigma^2)$$

یافته یک نمونه تصادفی در جدول زیر داده شده است:

$y$	$X_1$	$X_2$	$X_3$
۰	۱	-۲	۰
۲	۰	۰	۲
-۲	۱	۰	۰
۲	۱	۲	۰

فرم خطی  $H_0: a_1 = a_2 + a_3$  را در سطح  $\alpha = 0.05$  آزمون کنید

$$\hat{\mu} = X \hat{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad F_{0.95}(1,1) = 161.45 \quad \text{راهنمایی:}$$

۵. واژه های زیر را به طور مختصر تعریف کنید:

الف. رگرسیون لوجستیک

ب. قضیه گوس - مارکف