

نام درس: ریاضیات گسسته

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۳۹۵

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۷۰ نمره تشریحی ۶۰ نمره

[ استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

تعداد کل صفحات: ۴

۱. تعداد طرق نشان دادن ۱۴ نفر در صورتیکه ۸ نفر از آنها دور میز گرد و بقیه روی نیمکت باشند، برابر است با:

- الف.  $C(14,8) \times 7! \times 5!$   
ب.  $7! \times 6!$   
ج.  $C(14,8) \times 7! \times 6!$   
د.  $C(14,8) \times 8! \times 6!$

۲. با ارقام ۵۵۷۴۷۷۵۳۳ چند عدد ۹ رقمی زوج می توان نوشت؟

- الف.  $\frac{9!}{(3!)^3(2!)^2}$   
ب.  $\frac{8!}{(3!)^2(2!)^2}$   
ج.  $\frac{9!}{(3!)(2!)^2}$   
د.  $\frac{8!}{(3!)(2!)^2}$

۳. در یک ساختمان ۹ طبقه آسانسوری با ۵ سرانشین از طبقه هم کف شروع به حرکت می کند و در هر طبقه یک نفر پیاده می شود. به چند طریق مسافری می توانند پیاده شوند؟

- الف.  $C(9,5)$   
ب.  $9^5$   
ج.  $\rho(9,5)$   
د.  $5^9$

۴. فرض کنید  $A = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $B = \{-1, 0, 1, 3\}$  کدام گزاره درست است؟

الف. تعداد توابع ۱-۱ از A به B برابر  $\rho(4,5)$  است.

ب. تعداد توابع پوشا از B به A برابر  $\rho(4,5)!$  است.

ج. تعداد توابع از A به B برابر  $4^5$  است.

د. تعداد توابع پوشا از A به A برابر ۵! است.

۵. تعداد جوابهای صحیح و مثبت نامعادله  $x + y + z < 9$  برابر است با:

- الف.  $C(11,3)$   
ب.  $C(12,3)$   
ج.  $C(8,3)$   
د.  $C(10,3)$

۶. در اتاق کنفرانس یک دفتر ۷ صندلی با علامتهای ۱ تا ۷ وجود دارد. هفت نفر در این اتاق صبح و بعد از ظهر در یک سیمینار شرکت می کنند. تعداد طرقی که حداقل یک نفر دوبار در یک صندلی بنشینند برابر است با:

- الف.  $6!$   
ب.  $D_7$   
ج.  $7! - D_7$   
د.  $7D_6$

۷. ضریب  $x^3$  در عبارت  $(1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots)^2$  برابر است با:

- الف.  $\frac{2}{3}$   
ب.  $\frac{1}{6}$   
ج.  $\frac{1}{3}$   
د.  $\frac{3}{2}$

۸. ضریب  $x^{24}$  در بسط  $(x^3 + x^4 + \dots)^5$  برابر است با:

- الف.  $C(13,4)$   
ب.  $C(24,5)$   
ج.  $C(25,4)$   
د.  $C(28,4)$

نام درس: ریاضیات گسسته

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۳۹۵

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵ - تشریحی

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۷۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[ استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

تعداد کل صفحات: ۴

۹. تعداد  $r$  - جایگشت هایی که می توان با استفاده از حروف A, B, C, D ساخت به طوریکه در هر جایگشت حداقل یک حرف A و یک حرف B وجود داشته باشد برابر است با:

ب. ضریب  $\frac{x^r}{r!}$  در  $e^{px}(e^x - 1)^p$

الف. ضریب  $x^r$  در تابع مولد  $\frac{x}{(1-x)^4}$

د. ضریب  $\frac{x^r}{r!}$  در  $e^x$

ج. ضریب  $x^r$  در تابع مولد  $\frac{x}{(1+x)^4}$

۱۰. تابع مولد معمولی دنباله  $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$  برابر است با:

ب.  $\frac{1}{1+x}$

الف.  $\frac{1}{(1+x)^2}$

د.  $\frac{1}{1-x}$

ج.  $\frac{1}{(1-x)^2}$

۱۱. کیسه ای حاوی ۵ مهره قرمز و ۸ مهره آبی، ۱۰ مهره سفید، ۱۲ مهره سبز و ۷ مهره زرد است. تعیین کنید کمترین تعداد مهره هایی که باید انتخاب شود تا حداقل ۴ مهره هم رنگ باشد.

د. ۲۱

ج. ۲۰

ب. ۱۶

الف. ۲۶

۱۲. ضریب  $a^p b^q c^r d^s$  در بسط  $(pa - qb + rc - d)^{12}$  برابر است با:

الف.  $\frac{12!}{p!q!r!s!}$

ب.  $\frac{12!}{p!q!r!s!} \times (-3)^1 \times (p)^1 \times (p)^1 \times (p)^1$

ج.  $\frac{12!}{p!q!r!s!} \times (-3)^3 \times (p)^3 \times (p)^3 \times (p)^3$

د.  $\frac{12!}{p!q!r!s!} \times (-3)^3 \times (p)^3 \times (-1)^4$

۱۳. تابع  $g(x) = \frac{x^p - vx - w}{(1-x)(1-px)}$  تابع مولد کدام دنباله می باشد؟

ب.  $n + v + p^n$

الف.  $wn + p^n$

د.  $wn - v + p^n$

ج.  $-vn + p^n$

نام درس: ریاضیات گسسته

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۳۹۵

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵ - تشریحی

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۷۰ نمره تشریحی ۶۰ نمره

[ استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

تعداد کل صفحات: ۴

۱۴. فرض کنیم  $p(x)$  چند جمله ای تکی از درجه ۱۵ باشد. تعداد اعمال ضرب لازم برای برآورد  $p(x)$  در یک نقطه حداکثر چقدر است؟

- الف. ۲۲      ب. ۱۰      ج. ۱۱      د. ۱۸

۱۵. کدام گزاره درست است؟

الف. هم فامی یک گراف کامل با  $n$  رأس برابر  $n$  است.

ب. هر گراف هامیلتونی، اویلری است.

ج. هر گراف اویلری، هامیلتونی است.

د. عدد فامی (عدد رنگی) گراف  $n$  رأس فاقد یال برابر  $n$  است.۱۶. اگر ماتریس همجوابی گراف  $G$  باشد تعداد ۲- مسیرها بین رأس ۳ و ۴ چقدر است؟

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- الف. ۲      ب. ۱      ج. ۵      د. ۳

۱۷. یک گراف مسطح پیوسته (همبند) ۷ رأس و ۱۰ ریل دارد. تعداد وجوه این گراف برابر است با:

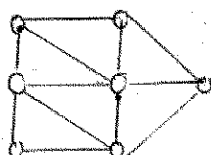
- الف. ۲      ب. ۴      ج. ۳      د. ۵

۱۸. کدام گزاره در مورد گراف  $k_{n,m}$  صحیح است؟الف. گراف  $k_{n,m}$  اویلری است.ب. گراف  $k_{n,m}$  دارای پیگرد اویلری است.ج. گراف  $k_{n,m}$  دوری به طول فرد ندارد.د. گراف  $k_{n,m}$  هامیلتونی است.

۱۹. تعداد درختهای نشاندار نایکریخت ۵ رأسی برابر است با:

- الف. ۵۵      ب. ۵۳      ج. ۵      د. ۵۴

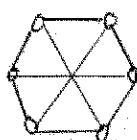
۲۰. کدام یک از گرافهای زیر هامیلتونی و هم اویلری است؟



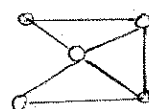
ب.



الف.



د.



ج.

نام درس: ریاضیات گسسته

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۳۹۵

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی

[ استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ] ☆ سؤالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۴

### سؤالات تشریحی

۱. با استفاده از آرگومان ترکیبی ثابت کنید:

$$c(n,0) + c(n,1) + c(n,2) + \dots + c(n,n) = 2^n$$

۲. فرض کنید  $X = \{1, 2, \dots, n\}$ ، تعداد زیر مجموعه هایی از  $X$  بیابید به طوریکه شامل اعداد متوالی نباشد.

۳. تعیین کنید تعداد طرق آرایش ۵ مهره از سه رنگ قرمز و آبی و سفید در یک ردیف به طوریکه در هر آرایش حداقل یک مهره از هر رنگ وجود داشته باشد و با این فرض که حداکثر ۳ مهره قرمز و حداکثر ۲ مهره آبی و حداکثر ۲ مهره سفید در اختیار داشته باشیم.

۴. گراف کامل  $K_n$ ، گراف دو بخشی کامل، گراف پوچ را تعریف نمایید. در مورد تعداد یالها، درجات رؤس و عدد رنگی (عدد فامی) این گراف ها بحث کنید.

۵. رابطه بازگشتی  $f(n+2) - 4f(n+1) + 3f(n) = 16$  را با شرایط آغازین  $f(1) = 2$ ،  $f(2) = 4$  حل نمایید.