

نام درس: فرایند تصادفی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: آمار - ریاضی

کد درس: ۲۴۱۳۰۶-۲۵۰۱۲۱

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۶۰ تکمیلی - تشریحی ۶

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نمره تشریحی ۶۰ نمره

[استفاده از ماشین حساب مجاز است] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۵

۱. اگر  $X$  دارای توزیع نمائی با پارامتر  $\lambda$  باشد و  $p[X > S + t | X > S] = p[x > t] = e^{-\lambda t}$  باشد پارامتر توزیع برابر با:

- الف. ۷. ب.  $\lambda + \nu$  ج.  $\lambda + \mu$  د. ۳

۲. اگر تابع مولد احتمال های  $X$  به صورت  $\varphi_X(s) = E[S^x]$  تعریف شود و  $Y, X$  دو متغیر مستقل باشند  $\varphi_{X+Y}(s)$  برابر با:

- الف.  $\varphi_X(s) + \varphi_Y(s)$  ب.  $\varphi_X(\sqrt{s})\varphi_Y(s)$  ج.  $\varphi_X(s)\varphi_Y(s)$  د. هیچکدام

۳. در فرایند پواسن  $\{N(t), t \geq 0\}$  با پارامتر  $\lambda$  مقدار  $p[N(t) - N(s) = 0]$  برابر با:

- الف.  $e^{-\lambda}$  ب.  $e$  ج.  $e^{-\lambda s}$  د.  $e^{-\lambda(s-t)}$

۴. در فرایند پواسن ضریب همبستگی بین  $N_s, N_t$  از رابطه  $N_s, N_t$  بدست آید ( $s < t$ ) اگر اندیس مربوط به فرایند  $N_t$  چهار برابر شود همبستگی بین  $N_s, N_t$  برابر شود

- الف. دو برابر می شود. ب. نصف می شود. ج. تغییر نمی کند. د.  $\frac{1}{4}$  می شود.

فاصله نامتناهی	۱-۲	۳-۴	۵-۶	۷-۸
تعداد وقوع	۵	۳	۲	۱

۵. اگر داشته باشیم مقدار  $\lambda$  برای فرایند پواسن برابر با:

- الف. ۵/۵ ب. ۱ ج. ۱/۵ د. ۲

۶. فرایند حرکت براوانی کدام ویژگی زیر را ندارد؟

- الف. مانای اکید نیست. ب. مانای وسیع نیست. ج. الف و ب د. گاهی مانا و گاهی وسیع

۷. کدام یک از توزیع های آماری زیر فاقد حافظه نیست؟

- الف. هندسی ب. نمائی منفی ج. نرمال د. هندسی و نمائی منفی

۸. اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  یک دنباله ای از توزیع یکنواخت روی فاصله  $(0, \theta)$  باشند و  $N(t)$  مستقل از  $X_i$  ها و دارای توزیع دو

جمله ای با پارامتر  $n, \theta$  باشد امید ریاضی  $\sum_{i=1}^{N(t)} X_i$  برابر با:

- الف.  $n\theta^2$  ب.  $n\theta$  ج.  $\frac{n\theta}{2}$  د.  $\frac{n\theta}{2}$

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۶۰ - تشریحی: ۶

نام درس: فرایند تصادفی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: آمار - ریاضی

کد درس: ۲۴۱۳۰۶-۲۵۰۱۲۱

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نمره تشریحی ۶۰ نمره

[استفاده از ماشین حساب مجاز است] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۵

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

\* اگر زنجیر مارکوف  $\{X_n, n \geq 1\}$  دارای ماتریس تغییر وضعیت  $p$  و فضای حالت  $S = \{1, 2, 3\}$  و توزیع آغازین  $\pi_0 = (0/4, 0/2, 0/4)$  باشد به سؤالات ۹، ۱۰ و ۱۱ جواب دهید.

$$p = \begin{bmatrix} 0/7 & 0 & 0/3 \\ 0 & 0/5 & 0/5 \\ 0/2 & 0/3 & 0/5 \end{bmatrix}$$

۹.  $p[X_{n+1} = 2 | X_n = 2]$  برابر با:

- الف. ۵/۰ ب. ۰ ج. ۳/۰ د. ۷/۰

۱۰.  $p[X_1 = 2]$  برابر با:

- الف. ۳۳/۰ ب. ۲۲/۰ ج. ۱۱/۰ د. صفر

۱۱.  $P_{11}^{(2)}$  برابر با:

- الف. ۵۵/۰ ب. ۴۵/۰ ج. ۳۵/۰ د. ۲۵/۰

۱۲. در گام برداری تصادفی اگر  $X_p$  دارای توزیع زیر باشد

$X_p$	-۲	-۱	۰	۱	۲
$p[X_p = x_p]$	$q^2$	$2qr$	$2pq + r^2$	$2pr$	$p^2$

مقدار  $p(X_p = 2) + p(X_p = -2)$  برابر با:

- الف.  $p + q$  ب.  $p + q^2$  ج.  $p^2 + q$  د.  $1 - 2pq$

۱۳. در گام برداری تصادفی ساده شرط بازگشتی برای وضعیت صفر کدام است؟

- الف.  $p = q = \frac{1}{2}$  ب.  $p = \frac{1}{3}$  ج.  $q = \frac{1}{3}$  د.  $p = q \neq \frac{1}{2}$

۱۴. اگر وضعیت  $y$  حالتی بازگشتی باشد کدام مورد درست است؟

- الف.  $p(T_y < \infty) = 0$  ب.  $p(T_y < \infty) = 1$  ج.  $p(T_y < \infty) < 1$  د.  $p(T_y < \infty) > 0$

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۶

نام درس: فرایند تصادفی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: آمار - ریاضی

کد درس: ۲۴۱۳۰۶-۲۵۰۱۲۱

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز است] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد کل صفحات: ۵

۱۵. اگر  $X_1$  دارای توزیع  $X_1$  باشد تابع مولد احتمال متناظر با  $X_1$  کدام است؟

 $X_1$ 

۰

۱

۲

 $p[X_1 = x_1]$  $\frac{1}{4}$ 

۰

 $\frac{3}{4}$ 

$$\varphi(s) = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}s^2 \quad \text{ب.}$$

$$\varphi(s) = \frac{1}{4} + s + \frac{3}{4}s^2 \quad \text{الف.}$$

$$\varphi(s) = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}s \quad \text{د.}$$

$$\varphi(s) = \frac{1}{4} + s \quad \text{ج.}$$

۱۶. در سؤال ۱۵ احتمال انفرص برابر با:

۱.د

ج.  $\frac{3}{2}$ 

ب. صفر

الف.  $\frac{1}{4}$ ۱۷. زنجیر ارنفست با فضای حالت  $S = \{0, 1, 2, \dots, d\}$  در توزیع مانای  $(\pi)$  دارای توزیع:

د. دو جمله‌ای

ج. فوق هندسی

ب. پواسن

الف. هندسی

۱۸. برای زنجیری با  $S = \{0, 1\}$  و  $P = \begin{bmatrix} 1-\alpha & \alpha \\ \beta & 1-\beta \end{bmatrix}$  مقدار  $P[Y_1 = 1]$  برابر با:

د.  $1-\beta$ ج.  $\beta$ ب.  $1-\alpha$ الف.  $\alpha$ ۱۹. برای زنجیر  $\{X_n, n \geq 0\}$  با ویژگی تحویل ناپذیر و بازگشتی مثبت اگر  $\pi(x)$  دارای توزیعباشد مقدار  $m(x)$  برای  $x = 3$  برابر با:

$x$	۰	۱	۲	۳
$\pi(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$

۱.د

ج.  $\frac{8}{3}$ 

ب. ۸

الف. ۴

۲۰. در سؤال ۱۸ اگر  $P_{..}^{(n)} = \frac{\beta + \alpha(1-\alpha-\beta)^n}{\beta + \beta}$  باشد  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_{..}^{(n)}$  برابر با:

$$\frac{\alpha + \beta}{\beta} \quad \text{د.}$$

$$\frac{\beta}{\alpha + \beta} \quad \text{ج.}$$

$$\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad \text{ب.}$$

الف. ۱

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۶

نام درس: فرایند تصادفی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: آمار - ریاضی

کد درس: ۲۴۱۳۰۶-۲۵۰۱۲۱

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز است] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۵

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

سوالات تشریحی

۱. الف: اگر  $x = 0, 1, 2, \dots$  و  $f(x) = pq^x$  نشان دهید که  $P[X \geq S+t | X \geq S] = P[X \geq t]$

ب: نشان دهید که  $E(x) = E[E(X | y)]$

۲. فرایند پوانسون را تعریف کنید و نشان دهید که:

$$\text{Cov}(N(s), N(t)) = \lambda s, \quad (0 \leq s < t)$$

۳. فرض کنید  $\{X_n, n \geq 0\}$  یک زنجیر با فضای حالت  $S = \{0, 1, 2, 3\}$ ، توزیع آغازین  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$  و ماتریس تغییر وضعیت  $P$  باشد

$$P = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

الف. مطلوب است  $P[X_3 = 2, X_2 = 0, X_1 = 1, X_0 = 0]$

ب. مطلوب است  $P^2 = P \times P$

ج.  $P_{12}^2$  و  $P_{22}^2$

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۶

نام درس: فرایند تصادفی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: آمار - ریاضی

کد درس: ۲۵۰۱۲۱-۲۴۱۳۰۶

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[ استفاده از ماشین حساب مجاز است ] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۵

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۴. برای زنجیر  $\{X_n, n \geq 0\}$  با  $S = \{0, 1, 2, 3\}$  توزیع آغازین و

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

الف. مطلوبست توزیع  $X_1$  راب. برای توزیع  $X_1$  احتمال انقراض را حساب کنید.ج.  $\varphi(s)$  را برای  $X_1$  بدست آورید.

۵. الف. برای زنجیر مارکف با ماتریس وضعیت  $P = \begin{bmatrix} 1-a & a \\ b & 1-b \end{bmatrix}$  توزیع ایستائی را حساب کنید.

ب. برای زنجیر  $\{X_n, n \geq 0\}$ ،  $S = \{0, 1, 2, 3\}$  و  $P = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$  مطلوبست  $f_{..} = \sum_{n=0}^{\infty} f_n$

۶.  $Q_{xy}$  در فرایند زاد و مرگ به کمک نرخهای زایش و مرگ چگونه محاسبه می شود؟