

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: آمار - ریاضی

کد درس: ۲۴۱۲۸۸ - ۲۵۰۱۶۳

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۴

نیمسال دوم ۸۲ - ۸۳

۱. فرض کنید X_1, X_p دو متغیر تصادفی مستقل و دارای توزیع نرمال استاندارد باشند اگر $y_p = \frac{x_p}{x_1}$ باشند آنگاه تبدیل $y_1 = x_1 + x_p$

ژاکوبین کدام است؟

الف. $\frac{y_1 y_p}{1 + y_p}$ ب. $\frac{y_1 y_p}{1 + y_p}$ ج. $\frac{-y_1}{(1 + y_p)^2}$ د. $\frac{y_1 y_p}{(1 + y_p)^2}$

۲. اگر X, Y دو متغیر تصادفی مستقل از هم بترتیب دارای توزیعهای گامای $\Gamma(n_1, \theta), \Gamma(n_p, \theta)$ باشند، توزیع $\frac{X}{X+Y}$ کدامست؟

الف. نمایی ب. $Beta(n_p, n_1)$ ج. $Beta(n_1, n_p)$ د. یکنواخت

۳. اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع $f(x) = \theta x^{\theta-1} I(x)$ باشد توزیع $y = \ln x$ کدام است؟

الف. نمایی ب. کای دو ج. یکنواخت د. نرمال استاندارد

۴. اگر نمونه تصادفی X_1, X_p, \dots, X_n از چگالی نمایی $f(x) = \theta e^{-\theta x} I(x)$ باشند آن گاه میانگین نمونه‌ای دارای

کدام توزیع است؟

الف. نهائی با پارامتر θ ب. نرمال با پارامتر $\theta, \frac{\theta}{n}$ ج. گاما با پارامتر $n\theta, n$ د. خی دو با پارامتر θ

۵. متغیر تصادفی X دارای توزیع پیوسته و صعودی $F(x)$ است فرض کنید $y = (F(x))^p$ باشد واریانس متغیر Y کدام است؟

الف. $\frac{2}{\sqrt{45}}$ ب. $\frac{4}{45}$ ج. $\frac{5}{45}$ د. $\frac{1}{3}$

۶. فرض کنید $X_1, X_p, X_p \sim U(0,1)$ امید ریاضی میانه نمونه کدام است؟

الف. صفر ب. $\frac{1}{p}$ ج. ۱ د. ۳

۷. فرض کنید $X_1, X_p \sim N(0,1)$ باشد نسبت تصادفی $U = \frac{(x_1 + x_p)}{\sqrt{(x_1 - x_p)^2}}$ را در نظر بگیرید U متغیری تصادفی که

دارای توزیع و درجه آزادی است؟

الف. t با دو ب. t با یک ج. خی دو با یک د. خی دو با دو

۸. اگر $X_1, X_p, \dots, X_n \sim U\{1, 2, 3, \dots, \theta\}$ شد آنگاه برآورد گشتاوری θ کدام است؟

الف. \bar{x} ب. $p\bar{x}$ ج. $p\bar{x} - 1$ د. $p\bar{x} + 1$

نام درس: آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: آمار - ریاضی

کد درس: ۲۴۱۲۸۸ - ۲۵۰۱۶۳

نیمسال دوم ۸۲ - ۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۴

۹. در سؤال ۸ برآورد درستنمایی ماکزیمم برای θ کدام است؟

$$\frac{1 + \min_{i=1}^n x_i}{2} \quad \text{د.}$$

$$\max_{i=1}^n x_i \quad \text{ج.}$$

$$\min_{i=1}^n x_i \quad \text{ب.}$$

$$\bar{x} \quad \text{الف.}$$

۱۰. اگر $F(x)$ توزیع پیوسته و صعودی $F(x)$ بطور تکرار نمونه‌های تصادفی n تایی استخراج نمائیم، امید ریاضی سمت چپ کوچکترین مشاهده در زیر نمودار $f(x)$ کدامست؟ $(F'(x) = f(x))$

$$\frac{1}{n} \quad \text{الف.}$$

$$\frac{1}{n+1} \quad \text{ج.}$$

$$\frac{1}{2} \quad \text{ب.}$$

$$\frac{1}{n} \quad \text{الف.}$$

۱۱. فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n \sim N(\theta, \theta)$ باشد. آماره بسنده مینیمال برای θ کدام است؟

$$(\sum x_i, \sum x_i^2) \quad \text{د.}$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{ج.}$$

$$\sum x_i^2 \quad \text{ب.}$$

$$\sum x_i \quad \text{الف.}$$

۱۲. فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n \sim \text{bin}(n, p)$ و p پارامتر مجهول باشد. برآورد درستنمایی تابع احتمال $p(X_1 = x)$ کدام است؟

$$\binom{n}{x} \left(\frac{\bar{x}}{n}\right)^x \left(1 - \frac{\bar{x}}{n}\right)^{n-x} \quad \text{الف.}$$

$$\binom{\bar{x}}{x} (\bar{x})^x (1 - \bar{x})^{n-\bar{x}} \quad \text{ب.}$$

$$\binom{x}{n} (\bar{n})^{\bar{x}} (1 - n)^{n-\bar{x}} \quad \text{ج.}$$

$$\frac{e^{-\bar{x}} \bar{x}^x}{x!} \quad \text{د.}$$

۱۳. فرض کنید (X_1, X_2) دارای تابع احتمال توأم زیر باشند ($0 < \theta < 1$)

(x_1, x_2)	(0,0)	(0,1)	(1,0)	(1,1)
$f_\theta(x_1, x_2)$	$\frac{\theta}{4}$	$\frac{1-\theta}{4}$	$\frac{1-\theta}{4}$	$\frac{\theta}{4}$

کدام گزینه یک آماره بسنده برای θ است؟

$$x_1 + x_2 \quad \text{د.}$$

$$x_1 - x_2 \quad \text{ج.}$$

$$x_1(1 - x_2) \quad \text{ب.}$$

$$x_1, x_2 \quad \text{الف.}$$

۱۴. کدامیک از خانواده چگالیهای زیر کامل است؟

$$\text{Beta}(\theta, \theta) \quad \text{د.}$$

$$U(0, \theta) \quad \text{ج.}$$

$$\text{دو جمله‌ای} \quad \text{ب.}$$

$$N(0, \theta) \quad \text{الف.}$$

نام درس: آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: آمار - ریاضی

کد درس: ۲۴۱۲۸۸ - ۲۵۰۱۶۳

نیمسال دوم ۸۲ - ۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نمره تشریحی ۶۰ نمره

[استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۴

۱۵. فرض کنید $x_1, \dots, x_n \sim f(x; \theta)$ iid که در آن $\theta > 0$ ؛ $f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} I_{[\theta, 2\theta]}(x)$ برآوردگر درست‌نمایی

ماکزیم θ کدام است؟

الف. $\frac{Max x_i}{2}$ ب. $Min x_i$ ج. $\frac{Min x_i + Max x_i}{2}$ د. $\frac{Min x_i}{2}$

۱۶. فرض $X \sim N(1, 1)$ باشد آنگاه $var(e^X)$ کدام است؟

الف. $e(e-1)$ ب. $e(e^3-1)$ ج. صفر د. $e^3(e-1)$

۱۷. فرض کنید x_1, x_2, \dots, x_n یک نمونه تصادفی از $I_{(\alpha, \infty)}^{(x)}$ باشد که $\theta = (\alpha, \beta)$ یک آماره کافی

برای θ کدام است. $y_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ، $x_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

الف. $\sum_{i=1}^n x_i$ ب. $\sum_{i=1}^n x_i$ ج. $\left(y_1, \sum_{i=1}^n x_i \right)$ د. (y_1, y_n)

۱۸. هرگاه x_1, \dots, x_n نمونه‌ای تصادفی از پواسن با پارامتر λ باشد برآوردگر $UMVUE$ برای λ^2 کدام است؟

الف. \bar{X} ب. \bar{X}^2 ج. $\bar{X}^2 + \frac{\bar{X}}{n}$ د. $\frac{n\bar{X}^2 - \bar{X}}{n}$

۱۹. در سؤال ۱۸ کران پائین نامساوی کرامر-رائو برای واریانس برآوردهای ناریب $\tau(\lambda) = e^{-\lambda}$ کدام است؟

الف. $\frac{\lambda}{n} e^{-2\lambda}$ ب. $\frac{\lambda^2}{n} e^{-2\lambda}$ ج. $\frac{\lambda}{n} e^{-3\lambda}$ د. $\frac{\lambda}{n} e^{-\lambda}$

۲۰. فرض کنید $x_1, \dots, x_n \sim u(\theta, \theta+1)$ باشد برآورد $UMVUE$ برای θ کدام است؟

الف. \bar{X} ب. $\frac{Min X_i + Max X_i}{2} - \frac{1}{2}$ ج. $\frac{Max X_i - Min X_i + 1}{2}$ د. وجود ندارد.

نام درس: آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: آمار - ریاضی

کد درس: ۲۴۱۲۸۸ - ۲۵۰۱۶۳

نیمسال دوم ۸۲ - ۸۳

تعداد سؤال: هفتی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۴

سوالات تشریحی:

۱. فرض کنید X, Y متغیرهای تصادفی مستقل و هریک دارای توزیع یکنواخت روی بازه $(0, 1)$ باشند مطلوب است توزیع الف. $Z = X + Y$

ب. $U = \frac{X}{Y}$
۲. متغیر تصادفی Y دارای چگالی زیر است

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x & x = 1, 2, \dots \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

چگالی $Y = X^2$ و چگالی $Z = (-1)^X$ را محاسبه کنید.

۳. فرض کنید X_1, X_2, X_3 نمونه‌ای تصادفی از توزیع نرمال استاندارد باشند هرگاه تعریف کنیم

$$\begin{cases} y_1 = x_1 \\ y_2 = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y_3 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \end{cases}$$

مطلوب است:

الف. ژاکوبین تبدیل

ب. تابع چگالی توام y_1, y_2, y_3

۴. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه $[\theta_1, \theta_2]$ باشد نشان دهید (y_1, y_n) یک آماره بسنده توام کامل برای (θ_1, θ_2) می‌باشد.

۵. فرض کنید $x_1, \dots, x_n \sim f(x; \theta)$ iid باشد که در آن $I_{(\theta, \infty)}^{(x)}$

$$f(x; \theta) = \theta(1+x)^{-(1+\theta)}$$

الف. کران پائین کرامر راتو را برای برآوردهای ناریب $\frac{1}{\theta}$ بیابید.

ب. در صورت وجود $UMVUE$ را برای $\frac{1}{\theta}$ بیابید.