

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: ریاضی عمومی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - آمار

کد درس: ۲۵۰۰۱۴-۲۴۱۰۱۶

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نمره تشریحی ۶۰ نمره

[ استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

تعداد کل صفحات: ۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱. قلمرو تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{x-[x]-\frac{1}{2}}}$  کدام است؟

- الف.  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$   
ب.  $\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right)$   
ج.  $\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 1\right)$   
د.  $\left(0, \frac{1}{2}\right) \cup \left(1, \frac{3}{2}\right)$

۲. کدامیک از رابطه های زیر تابع است؟

- الف.  $\{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, x < y\}$   
ب.  $\{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 = 1\}$   
ج.  $\{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, x = |y|\}$   
د.  $\{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, y^2 = x\}$

۳. به ازای کدام مقادیر  $a, b$  تابع  $f(x) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(x) + a & x < 0 \\ x + b & 0 \leq x < 2 \\ \operatorname{sgn}(x) & 2 \leq x \end{cases}$  در همه نقاط پیوسته است؟

- الف.  $b = -1, a = 0$   
ب.  $b = 0, a = 1$   
ج.  $b = -1, a = -1$   
د.  $b = 0, a = 0$

۴. مقدار  $f'_-(0)$  در تابع  $f(x) = \begin{cases} [x] & x < 0 \\ x-1 & 0 \leq x \end{cases}$  کدام است؟

- الف. صفر  
ب. ۱  
ج. -۱  
د.  $\infty$

۵. مقدار  $(f^{-1})'(0)$  در تابع  $f(x) = 2x + \sin^3 x$  کدام است؟

- الف. ۱  
ب.  $\frac{1}{2}$   
ج. ۰  
د. ۲

۶. مقدار  $\frac{d^2 y}{dx^2}$  به ازای  $t = 1$  در تابع  $\begin{cases} y = \int_0^t f(x) dx \\ x = \frac{1}{t} \end{cases}$  که در آن  $f(x)$  تابعی است پیوسته، کدام است؟

- الف.  $f(1) + f'(1)$   
ب.  $f(1) + 2f'(1)$   
ج.  $2f(1) + f'(1)$   
د.  $2(f(1) + f'(1))$

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵ - تشریحی

نام درس: ریاضی عمومی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - آمار

کد درس: ۲۴۱۰۱۶-۲۵۰۰۱۴

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[ استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

تعداد کل صفحات: ۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۷. حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{3x}$  کدام است؟

الف.  $6e$  ب.  $\frac{6}{e}$  ج.  $e^{-6}$  د.  $e^6$

۸. فرض کنید  $n$  عددی فرد و  $f(x)$  یک چند جمله ای باشد که نقطه  $(0,1)$  ماکسیمم مطلق آن است. درباره معادله

$$\int_0^x f(t) dt = x^n + x$$

الف. حداکثر دو ریشه دارد. ب. می تواند سه ریشه داشته باشد.

ج. فقط دو ریشه دارد. د. ریشه ندارد.

۹. مقدار  $\cot gh^{-1} 2$  کدام است؟

الف.  $\frac{1}{2} \ln 3$  ب.  $\frac{1}{5} \ln 2$  ج.  $\frac{1}{3} \ln 4$  د.  $\frac{1}{2} \ln 5$

۱۰. مساحت بین منحنی های  $y^2 - x = 0$  و  $xy - 4 = y^2$  کدام است؟

الف.  $\frac{8}{3}$  ب.  $\frac{11}{3}$  ج.  $\frac{13}{3}$  د.  $\frac{16}{3}$

۱۱. مساحت سطح حاصل از دوران منحنی  $\begin{cases} y = 2t \\ x = 1 - t^2 \end{cases}$  که  $0 \leq t \leq 1$  است حول محور  $x$  هر کدام است؟

الف.  $\frac{4\pi}{3} (2\sqrt{2} - 1)$  ب.  $\frac{5\pi}{3} (2\sqrt{2} + 1)$

ج.  $\frac{8\pi}{3} (2\sqrt{2} - 1)$  د.  $\frac{11\pi}{3} (2\sqrt{2} + 1)$

۱۲. حاصل  $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + x - 6}$  کدام است؟

الف.  $\frac{1}{5} \ln \frac{3}{8}$  ب.  $\frac{1}{5} \ln \frac{8}{3}$

ج.  $\frac{1}{8} \ln \frac{3}{5}$  د.  $\frac{1}{8} \ln \frac{5}{3}$

۱۳. طول منحنی  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  در فاصله  $[0,1]$  کدام است؟

الف.  $\frac{e+1}{2}$  ب.  $\frac{e-1}{2}$  ج.  $\frac{e^2+1}{2e}$  د.  $\frac{e^2-1}{2}$

تعداد سؤال: هفتی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: ریاضی عمومی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - آمار

کد درس: ۲۴۱۰۱۶-۲۵۰۰۱۴

زمان امتحان: هفتی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱۴. کدام یک از انتگرالهای زیر همگراست؟

ب.  $\int_{-\infty}^0 e^{-x} dx$

الف.  $\int_0^2 \frac{dx}{2-x}$

د.  $\int_{-3}^0 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$

ج.  $\int_0^4 \frac{dx}{x^3}$

۱۵. حاصل  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{2}{k}\right)^{\frac{2}{n}}$  کدام است؟

ب.  $\frac{22}{3}$

الف.  $\frac{17}{3}$

د.  $\frac{28}{3}$

ج.  $\frac{26}{3}$

۱۶. زاویه بین شعاع حامل و خط مماس بر منحنی  $r = 2 + 2 \sin \theta$  در  $\theta = \frac{\pi}{3}$  کدام است؟

د.  $\frac{\pi}{3}$

ج.  $\frac{\pi}{4}$

ب.  $\frac{\pi}{2}$

الف.  $\frac{\pi}{6}$

۱۷. نمودار کدام معادله نسبت به مبدأ متقارن است؟

ب.  $r = \cos 3\theta$

الف.  $r = \cos 2\theta$

د.  $r = \theta$

ج.  $r = \cos \theta$

۱۸. معادله دکارتی خط  $z(2 + 3i) - (2 - 3i)\bar{z} + 8i = 0$  کدام است؟

ب.  $3y + 2x + 4 = 0$

الف.  $3x + 2y + 4 = 0$

د.  $2y - 3x + 4 = 0$

ج.  $2x - 3y + 4 = 0$

۱۹. منحنی به معادله  $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{4}$  کدام است؟

د. بیضی

ج. دایره

ب. خط مستقیم

الف. یک نقطه

۲۰. مقدار عبارت  $(-1 + i\sqrt{3})^{60}$  کدام است؟

ب.  $\sqrt{3} \times 2^{60}$

الف.  $\sqrt{3} \times 2^{59}$

د.  $2^{60}$

ج.  $2^{59}$

نام درس: ریاضی عمومی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - آمار

کد درس: ۲۴۱۰۱۶-۲۵۰۰۱۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: هفتی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[ استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سؤالات تستی نمره منفی دارد ]

تعداد کل صفحات: ۴

### سؤالات تشریحی

۱. عدد ثابت  $c$  را چنان بیابید که خط راستی که از نقاط  $(0, 3)$  و  $(5, -2)$  می گذرد بر منحنی  $y = \frac{c}{x+1}$  مماس می باشد.

۲. نشان دهید اگر  $f, g$  توابعی پیوسته و مشتق پذیر در  $[a, b]$  باشند و  $f(a) = g(a)$  و  $f(b) = g(b)$  آنگاه نقطه ای مانند  $c$  در  $(a, b)$  وجود دارد که  $f'(c) = g'(c)$ .

۳. به کمک تغییر متغیر  $x = \pi - t$  نشان دهید  $\int_0^\pi x \cdot f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(\sin x) dx$

۴. نمودار معادله قطبی  $r^2 = 2 \cos 2\theta$  را رسم کنید.

۵. الف. نشان دهید اگر  $|z| = 1$ ،  $a, b$  اعداد مختلط نا صفر باشند آنگاه  $|a + zb| = |\bar{a}z + b|$   
ب. ریشه های پنجم واحد را پیدا کرده و در صفحه مختلط نمایش دهید.