

نام درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی: گرایش: علوم کامپیوتر

کد درس: ۲۶۳۱۴۶

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ نمره تشریحی ۷۰ نمره

[استفاده از ماشین حساب مجاز است] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱. کدام گزاره با سه مورد دیگر هم‌ارز نیست. (A ماتریس مربعی $n \times n$)الف. معکوس A وجود دارد. ب. سطرهای A یک پایه برای R^n تشکیل می‌دهد.ج. معادله $AX = 0$ نتیجه می‌دهد $X = 0$. د. صفر یک مقدار ویژه A است.۲. در تجزیه کرات ماتریس $A = LU$ کدام گزاره درست است؟الف. L پایین مثلثی واحد است ($l_{ii} = 1$ به ازای هر i)ب. U بالا مثلثی واحد است ($u_{ii} = 1$ به ازای هر i)ج. $U = L^T$ د. $U^T = L$

۳. کدام گزاره نادرست است؟

الف. اگر U یک ماتریس بالا مثلثی و معکوس پذیر باشد، آنگاه U^{-1} نیز بالا مثلثی است.

ب. حاصلضرب دو ماتریس بالا مثلثی، بالا مثلثی است.

ج. معکوس یک ماتریس پایین مثلثی واحد، یک ماتریس پایین مثلثی واحد است.

د. اگر عناصر روی قطر ماتریس پایین مثلثی مخالف صفر باشد آنگاه ماتریس معکوس پذیر است.

۴. کدام یک از موارد زیر عملیات طولانی نامیده می‌شوند؟

الف. ضرب و جمع ب. جمع و تقسیم ج. جمع و تفریق د. ضرب و تقسیم

۵. کدام روش برای حل دستگاه‌های متقارن معین مثبت مناسب است؟

الف. چولسکی ب. دولیتل ج. کرات د. هیچ‌کدام مناسب نیست.

۶. کدام گزاره نادرست است؟

الف. هر ماتریس اکیداً غالب قطری نامنفرد است.

ب. هر ماتریس اکیداً غالب قطری تجزیه LU دارد.ج. اگر ماتریس اکیداً غالب قطری باشد آنگاه نیاز به محورگیری در تجزیه به LU دارد.

د. روش حذفی گاوس بدون محورگیری اکیداً غالب قطری بودن ماتریس را حفظ می‌کند.

۷. مجموعه $\{x \mid x \in R^2, \|x\|_1 < 1\}$ داخل

الف. مربعی به ضلع دو است. ب. دایره‌ای به شعاع یک است.

ج. مربعی به ضلع $\sqrt{2}$ است. د. دایره‌ای به شعاع $\sqrt{2}$ است.

۸. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 5 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ آنگاه $\|A\|_1$ عبارت است از:

نام درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی: گرایش: علوم کامپیوتر

کد درس: ۲۶۳۱۴۶

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ تستی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز است] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۴

۹. کدام حکم در مورد عدد وضعیت نادرست است؟

الف. $K(AB) \leq K(A)K(B)$

ب. $K(A+B) \leq K(A) + K(B)$

ج. $K(\lambda A) = K(A)$ که $\lambda \neq 0$

د. $K(A) = \|A\|_1 \|A\|_\infty$

۱۰. در روش ریچاردسون برای حل دستگاه $Ax = b$ ماتریس Q برابر است با:

الف. ماتریس واحد

ب. ماتریس قطری

د. ماتریس مثلثی

ج. ماتریس اکیدا غالب قطری

۱۱. اگر مقادیر ویژه ماتریس A عبارت از $\lambda = 1 + \sqrt{3}i$ و $\lambda = 1 - \sqrt{3}i$ باشند آنگاه شعاع طیفی ماتریس A برابر است با:

الف. $\rho(A) = 1$

ب. $\rho(A) = 1 + \sqrt{3}$

ج. $\rho(A) = 1 - \sqrt{3}$

د. $\rho(A) = 2$

۱۲. کدام گزاره درست است؟

الف. اگر A منفرد باشد آنگاه AA^* معین مثبت است.ب. اگر A معین مثبت باشد آنگاه مقادیر ویژه اش مثبت هستند.ج. اگر $\rho(A) = 1$ آنگاه $I - A$ معکوس پذیر است.د. اگر $\rho(A) > 1$ آنگاه $I + A$ معکوس پذیر است.۱۳. اگر λ مقدار ویژه ای از ماتریس مربعی A باشد آنگاه مقدار ویژه ماتریس $(A + I)^2$ عبارت است از:

الف. $\lambda + 1$

ب. $\lambda^2 + 1$

ج. $\lambda^2 + 2\lambda + 1$

د. λ

۱۴. روش توانی برای محاسبه کدام مقدار ویژه ماتریس مربعی (نه لزوماً نامنفرد) در صورت وجود استفاده می شود:

الف. همه مقادیر ویژه

ب. یک مقدار ویژه با ماکسیمم قدر مطلق

ج. یک مقدار ویژه با مینیمم قدر مطلق

د. دو مقدار ویژه با ماکسیمم و مینیمم قدر مطلق

نام درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی: گرایش: علوم کامپیوتر

کد درس: ۲۶۳۱۴۶

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ نمره تشریحی ۷۰ نمره

[استفاده از ماشین حساب مجاز است] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۴

۱۵. برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} ۴ & ۱ & ۱ \\ ۰ & ۲ & ۱ \\ -۲ & ۰ & ۹ \end{bmatrix}$ قرص‌های قضیه گرشگورین عبارتند از:

$$D_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z - ۴| \leq ۲\}$$

$$D_2 = \{z \in \mathbb{C} : |z - ۲| \leq ۱\} \quad \text{ب.}$$

$$D_3 = \{z \in \mathbb{C} : |z - ۹| \leq ۲\}$$

$$D_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z - ۴| \leq ۲\}$$

$$D_2 = \{z \in \mathbb{C} : |z - ۲| \leq ۱\} \quad \text{الف.}$$

$$D_3 = \{z \in \mathbb{C} : |z + ۹| \leq ۲\}$$

$$D_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z - ۱| \leq ۴\}$$

$$D_2 = \{z \in \mathbb{C} : |z - ۲| \leq ۱\} \quad \text{د.}$$

$$D_3 = \{z \in \mathbb{C} : |z + ۹| \leq ۹\}$$

$$D_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z + ۴| \leq ۲\}$$

$$D_2 = \{z \in \mathbb{C} : |z + ۲| \leq ۱\} \quad \text{ج.}$$

$$D_3 = \{z \in \mathbb{C} : |z + ۹| \leq ۲\}$$

۱۶. روش هاوس هولدر به چه منظوری به کار می‌رود؟

الف. تبدیل یک ماتریس دلخواه به فرم مثلثی با همان مقادیر ویژه

ب. تبدیل یک ماتریس متقارن به فرم مثلثی

ج. تبدیل یک ماتریس به یک ماتریس یکانی و ماتریس بالا مثلثی

د. تبدیل یک ماتریس متقارن به یک ماتریس یکانی و ماتریس پایین مثلثی

۱۷. اگر A یک ماتریس $m \times n$ از رتبه n باشد آنگاه $A^* A$:

ب. هرمیتی است و نامنفرد نیست.

الف. نامنفرد است ولی هرمیتی نیست.

د. هرمیتی و نامنفرد و معین مثبت است.

ج. معین مثبت است ولی نامنفرد نیست.

۱۸. اگر $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ مقادیر ویژه ماتریس A باشند آنگاه اثر ماتریس A عبارت است:

$$\lambda_1^n \quad \text{د.}$$

$$\lambda_1^n \quad \text{ج.}$$

$$\prod_{i=1}^n \lambda_i \quad \text{ب.}$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \quad \text{الف.}$$

۱۹. کدام گزاره نادرست است؟

$$A^{++} = A \quad \text{الف.} \quad A^{+*} = A^{*+} \quad \text{ب.} \quad (AB)^+ = B^+ A^+ \quad \text{ج.} \quad A^+ = A^* (AA^*)^+ \quad \text{د.}$$

۲۰. در تجزیه ماتریس A به صورت $UAU^* = T$ که در آن U یکانی و T مثلثی است مقادیر ویژه کدام دو ماتریس یکسان هستند؟

$$U^*, U \quad \text{د.}$$

$$T, A \quad \text{ج.}$$

$$T, U \quad \text{ب.}$$

$$U, A \quad \text{الف.}$$

نام درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی: گرایش: علوم کامپیوتر

کد درس: ۲۶۳۱۴۶

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵ - تشریحی: ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ نمره تشریحی ۷۰ نمره

[استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۴

سؤالات تشریحی

۱. دستگاه زیر را با استفاده از الگوریتم گاوس پایه‌ای حل کنید و تجزیه ماتریس ضرایب به LU را مشخص کنید.

$$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 12 \\ 12x_1 - 8x_2 + 6x_3 + 10x_4 = 34 \\ 3x_1 - 13x_2 + 9x_3 + 3x_4 = 27 \\ -6x_1 + 4x_2 + x_3 - 18x_4 = -38 \end{cases}$$

۲. اگر $\| \cdot \|$ نرمی در R^n باشد، آنگاه $\| A \| = \sup \{ \| Au \| : u \in R^n, \| u \| = 1 \}$ یک نرم بر روی فضای خطی ماتریس‌های $n \times n$ را تعریف می‌کند (اثبات کنید)

۳. دستگاه زیر را در نظر بگیرید و دو تکرار گاوس - سایدل را با بردار اولیه $x^{(0)} = (0, 0, 0)^T$ به کار ببرید.

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 6 & -2 \\ 4 & -3 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

۴. برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -10 & 0 \\ -1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$ قرص‌های گرشگورین را رسم کرده و بازه‌ای را برای شعاع هسین محاسبه کنید.

۵. نشان دهید جواب مینیمال معادله $Ax = b$ توسط شبه معکوس به صورت زیر می‌باشد.

$$x = A^+ b$$