

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: ریاضیات مهندسی

رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی کامپیوتر

کد درس: ۲۶۱۱۹۰

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نمره تشریحی ۶۰ نمره

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱. کدام رابطه صحیح است؟

ب.  $(z \bar{z})^{\frac{1}{2}} = |z|$

الف.  $z^{-1} = \frac{z \bar{z}}{|z|}$

د.  $z \bar{z} = (z^{-1})^2$

ج.  $\frac{\bar{z}}{z^{-1}} = \sqrt{z \bar{z}}$

۲. در مورد عدد مختلط  $z = (1+i)^{1/2}$  کدام گزاره صحیح نیست؟

ب.  $\forall n \in \mathbb{N} : z^n \in \mathbb{R}$

الف.  $\forall n \in \mathbb{N} : \frac{1}{z^n} \in \mathbb{R}$

د.  $\forall n \in \mathbb{N} : z^n \in \mathbb{R}$

ج.  $\forall n \in \mathbb{Z} : z^n \in \mathbb{R}$

۳. اگر تابع همساز  $u = e^y \sin x$  مؤلفه حقیقی یک تابع تحلیلی  $f = u + iv$  باشد، در این صورت ضابطه  $w = f(z)$  کدام است؟

د.  $ie^{-iz}$

ج.  $ie^{iz}$

ب.  $e^{-i\bar{z}}$

الف.  $e^{i\bar{z}}$

۴. مقدار حد عبارت  $\frac{z + p\bar{z}}{\bar{z} - iz}$  در  $z \rightarrow 0$  برابر است با:

د. بی نهایت

ج. وجود ندارد.

ب.  $p$

الف.  $\frac{-1}{i}$

۵. تابع  $f(z) = \cos(iz) + \cos z$  ...

الف. بر نیم صفحه بالایی تحلیلی است.

ب. تام است.

د. بجز در صفر پیوسته است.

ج. بجز در صفر تحلیلی است.

۶. مقدار اصلی  $\operatorname{Ln} \frac{e(1-i)}{\sqrt{2}}$  برابر است با:

د.  $\frac{4 - \pi i}{4}$

ج.  $\frac{4i + \pi}{4}$

ب.  $\frac{4 + \pi i}{4}$

الف.  $\frac{4i - \pi}{4}$

۷. حاصل انتگرال  $\oint_C \frac{z^6 - 1}{z^{12} + 1} dz$  روی دایره  $|z| = 1$  :  $C$  برابر است با:

د. صفر

ج.  $\pi i$

ب.  $\frac{\pi i}{4}$

الف.  $6\pi i$

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: ریاضیات مهندسی

رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی کامپیوتر

کد درس: ۲۶۱۱۹۰

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[ استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

تعداد کل صفحات: ۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۸. مانده تابع  $f(z) = \frac{\sin h(z^2)}{z^7}$  در قطب  $z = 0$  برابر است با:

- الف. ۱- ب.  $\frac{1}{7!}$  ج.  $\frac{-1}{5!}$  د.  $\frac{1}{3!}$

۹. با استفاده از قضیه مقدار میانگین گوس، حاصل انتگرال حقیقی  $\int_0^{2\pi} \sin^2\left(\frac{\pi}{4} + re^{i\theta}\right) d\theta$  برابر است با:

- الف.  $\pi$  ب.  $2\pi$  ج.  $4\pi i$  د.  $\pi i$

۱۰. انتگرال  $\oint_C \frac{z^2(z-1)dz}{z^4 + 3z^2 - 4}$  در ناحیه درون دایره  $|z-1|=3$  ...C:

- الف. دارای چهار قطب ساده است. ب. دارای دو قطب مکرر (دو گانه) است. ج. دارای دو قطب ساده است. د. دارای سه قطب ساده است.

۱۱. تبدیل دو خطی کسری که نقاط  $0, 2i, \infty$  را به ترتیب به نقاط  $1+i, \infty, 0$  تصویر کند، کدام است؟

- الف.  $w = \frac{2(z-i)}{z+2i}$  ب.  $w = \frac{2(z+i)}{z-2i}$  ج.  $w = \frac{2(z-i)}{1+2i}$  د.  $w = \frac{2(1-i)}{z-2i}$

۱۲. سری فوریه کسینوسی نیم دامنه تابع  $f(x) = \cos \lambda x$  در فاصله  $[0, \pi]$  کدام است؟

- الف.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \cos \frac{nx}{5}$  ب.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2} \cos \frac{\lambda nx}{5}$  ج.  $\cos \lambda x$  د.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2+1} \cos \frac{5nx}{\lambda}$

۱۳. ضرایب سری فوریه کسینوسی تابع  $f(x) = x-1$  در فاصله  $[0, 1]$  کدامند؟

- الف.  $a_{pk} = 0, a_{pk+1} = -\left(\frac{2}{n\pi}\right)^p, n = pk+1$  ب.  $a_{pk} = 0, a_{pk+1} = -\left(\frac{1}{n\pi}\right)^p, n = pk+1$  ج.  $a_{pk+1} = 0, a_{pk} = -\left(\frac{2}{n\pi}\right)^p, n = pk$  د.  $a_{pk+1} = 0, a_{pk} = -\left(\frac{1}{n\pi}\right)^p, n = pk$

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: ریاضیات مهندسی

رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی کامپیوتر

کد درس: ۲۶۱۱۹۰

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱۴. یکمک انتگرال فوریه مقدار انتگرال ناسره  $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$  برابر چه عددی محاسبه می شود؟

الف.  $\frac{2}{\pi}$

ب.  $\frac{\pi}{2}$

ج.  $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

د.  $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$

۱۵. انتگرال فوریه تابع  $f(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ e^{-x} & , x > 0 \end{cases}$  کدام است؟

الف.  $\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha x + \alpha \cos \alpha x}{\alpha^2 + 1} d\alpha$

ب.  $\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos \alpha x + \alpha \sin \alpha x}{\alpha^2 + 1} d\alpha$

ج.  $\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha x + x \cos \alpha x}{\alpha^2 + 1} d\alpha$

د.  $\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos \alpha x + x \sin \alpha x}{\alpha^2 + 1} d\alpha$

۱۶. کدام رابطه بین  $f(x)$  و تبدیل های فوریه آن صحیح است؟

الف.  $F_c(\alpha) = \sqrt{\frac{1}{\pi}} \int_0^{\infty} f(t) \cos \alpha t dt$

ب.  $F_s(\alpha) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(t) \sin \alpha t dt$

ج.  $f(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} F_c(\alpha) \cos \alpha x d\alpha$

د.  $f(x) = \sqrt{\frac{1}{\pi}} \int_0^{\infty} F_s(\alpha) \sin \alpha x d\alpha$

۱۷. اگر  $F(\alpha)$  تبدیل فوریه کلی (نمایی)  $f(t)$  باشد، آنگاه:

الف.  $\int_{-\infty}^{\infty} |f|^2 dt = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F|^2 d\alpha$

ب.  $\int_{-\infty}^{\infty} |f|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |F|^2 d\alpha$

ج.  $\frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |f|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |F|^2 d\alpha$

د.  $\int_{-\infty}^{\infty} |f|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F|^2 d\alpha$

۱۸. معادله  $xu_{xx} + 2yu_{xy} - xu_{yy} = 0$ الف. در درون دایره  $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$  هذلولی گون است.ب. در خارج از هذلولی  $x^2 - y^2 = \frac{1}{4}$  بیضی گون است.ج. در  $C - \{0\}$  هذلولی گون است.د. در  $C$  هذلولی گون است.

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: ریاضیات مهندسی

رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی کامپیوتر

کد درس: ۲۶۱۱۹۰

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[ استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

تعداد کل صفحات: ۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱۹. جواب عمومی معادله  $u_x + u_y = \nu(x+y)u$  برابر است با:  $(k, c \in R)$ .

ب.  $u = ke^{x^\nu - y^\nu - c(x+y)}$

الف.  $u = ke^{x^\nu + y^\nu + c(x-y)}$

د.  $u = ke^{x^\nu - y^\nu - c(x-y)}$

ج.  $u = ke^{x^\nu + y^\nu + c(x+y)}$

۲۰. معادله موج دوبعدی کدام است؟

ب.  $u_{tt} = c^\nu(u_{xy} + u_{xx} + u_{yy})$

الف.  $(u_{tt})^\nu = c^\nu u_{xx}$

د.  $u_{tt} = c^\nu(u_{xx} + u_{yy})$

ج.  $u_{tt} = c^\nu(u_{xx} - u_{yy})$

سوالات تشریحی:

۱. اگر  $|z_1| = 1$  یا  $|z_2| = 1$ ،  $z_1 \neq \bar{z}_2$  ثابت کنید.  $\left| \frac{z_1 - z_2}{1 - \bar{z}_1 z_2} \right| = 1$

۲. تابع تحلیلی  $f(r, \theta) = u(r, \theta) + iv(r, \theta)$  را چنان بیابید که قسمت حقیقی آن  $u(r, \theta) = r(\theta \cos \theta + \ln r \sin \theta)$  باشد.۳. تصویر خط  $y = x$  را تحت نگاشت  $w = iz^\nu$  بیابید. (از ترسیم شکل برای توضیح بیشتر استفاده کنید).۴. الف. سری فوریه تابع  $f(x) = x$  را در فاصله  $[-\pi, \pi]$  بیابید.ب. بکمک انتگرالگیری از فرمول بخش (الف) در فاصله  $[-\pi, x]$ ،  $\forall x \in [-\pi, \pi]$ ، سری فوریه تابع  $g(x) = x^\nu$  را در فاصله  $[-\pi, \pi]$  بیابید.

$$\left. \begin{array}{l}
 u_{tt} = u_{xx} \quad \begin{cases} 0 < x < \pi \\ t > 0 \end{cases} \\
 u(x, 0) = x \quad 0 \leq x \leq \pi \\
 u_t(x, 0) = k \quad 0 \leq x \leq \pi \\
 u(0, t) = u(\pi, t) = 0
 \end{array} \right\} \text{معادله موج}$$

را بروش جداسازی متغیرها حل کنید.