

نام درس: احتمال و کاربرد آن

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کد درس: ۲۵۰۰۸۲

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استانده از ماشین حساب مجاز است] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۵

۱. اگر $P(A) > 0$ و $P(B) > 0$ و $P(A) < P(A/B)$ آن گاه:

الف. $P(B) \geq P(B/A)$

ب. $P(B) \leq P(B/A)$

ج. $P(B) < P(B/A)$

۲. با فرض این که $P(F) = P(E) = 0/6$ و $P(E/F) = 0/8$ باشد، کدامیک از موارد زیر درست است؟

الف. $P(E/\bar{F}) = 0/2$

ب. $P(E/\bar{F}) = 0/3$

ج. $P(E/F) = 0/5$

د. $P(\bar{E}/\bar{F}) = 0/5$

۳. هر گاه X دارای تابع چگالی احتمال:

$$f_X(x) = \begin{cases} 1-x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{غیر اینها} \end{cases}$$

باشد، میانگین X برابر است با:

الف. ۱

ب. $\frac{1}{2}$

ج. $\frac{3}{4}$

د. ۲

۴. فرض می‌کنیم برای متغیر تصادفی X ، $E(X) = 2$ ، $E(X(X+4)) = 5$ باشد، در این صورت انحراف معیار

$Y = -4X + 12$ برابر است با:

الف. ۱۴۴

ب. ۶۴

ج. ۱۶

د. ۱۲

۵. اگر X دارای توزیع نمایی با پارامتر λ باشد و نیز $P(X \leq 1) = P(X > 1)$ نگاه $Var(X)$ برابر است با:

الف. $(\frac{1}{Ln 2})^2$

ب. $\frac{1}{Ln 2}$

ج. $Ln 2$

د. $(Ln 2)^2$

($Ln =$ لگاریتم پرین)

۶. اگر متغیر تصادفی X دارای تابع توزیع:

$$F_X(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{4} & 0 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

باشد، مقدار واریانس X برابر است با:

الف. $\frac{1}{9}$

ب. $\frac{2}{3}$

ج. $\frac{3}{9}$

د. $\frac{4}{9}$

نام درس: احتمال و کاربرد آن

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کد درس: ۲۵۰۰۸۲

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استانده از ماشین حساب مجاز است] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۵

۷. تابع چگالی توأم متغیرهای تصادفی X و Y عبارت است از:

$$f(x, y) = \begin{cases} 2, & x + y < 1, \quad x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{جای دیگر} \end{cases}$$

در این صورت: $f(y/x)$ برابر است با:

الف. x ب. $\frac{1}{1-x}$ ج. $2(1-x)$ د. $\frac{2}{1-x}$

۸. متغیرهای تصادفی مستقل X و Y با چگالی احتمال:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{جای دیگر} \end{cases} \quad g(y) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & 0 < y < 3 \\ 0, & \text{جای دیگر} \end{cases}$$

مفروضاند، در این صورت $E[E(X/Y)]$ برابر است با:

الف. $\frac{1}{3}$ ب. $\frac{3}{2}$ ج. $\frac{1}{2}$ د. ۱

۹. اگر تابع چگالی توأم X و Y به صورت:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4}(2x + y), & 0 < y < 2, \quad 0 < x < 1 \\ 0, & \text{جای دیگر} \end{cases}$$

باشد، در این صورت: مقدار $E(X)$ برابر است با:

الف. $\frac{7}{12}$ ب. $\frac{1}{12}$ ج. $\frac{7}{6}$ د. $\frac{1}{6}$

۱۰. X_1 دارای توزیع پواسن با میانگین α و X_2 دارای توزیع پواسن با میانگین β است. اگر X_1 و X_2 مستقل باشند،واریانس: $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} X_2 - \frac{1}{\sqrt{\beta}} X_1$ برابر است با:

الف. $\frac{\beta - \alpha}{\alpha\beta}$ ب. $\frac{\beta^2 - \alpha^2}{\alpha\beta}$ ج. $\frac{\beta^2 + \alpha^2}{\alpha\beta}$ د. $\frac{1}{\alpha\beta}$

۱۱. با فرض اینکه متغیری تصادفی دارای توزیع نرمال استاندارد باشد، چگالی قدر مطلق آن کدام است؟

الف. $\frac{2}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}$ ب. $\frac{2}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}$ ج. $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}$ د. $\frac{2}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}$

نام درس: احتمال و کاربرد آن

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کد درس: ۲۵۰۰۸۲

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵ - تشریحی

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استاندارد از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تئوری نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۵

۱۲. فرض کنید مجموعه مقادیر ممکن متغیر تصادفی X ، $\{-1, 0, 1\}$ و تابع احتمال آن $P(-1) = P(0) = P(1) = \frac{1}{3}$

باشد، با فرض $Y = X^3$ مقدار $E(XY)$ برابر است با:

- الف. صفر ب. $\frac{2}{3}$ ج. $\frac{1}{3}$ د. وجود ندارد.

۱۳. اگر تابع چگالی احتمال شرطی X با فرض $Y = y$ به صورت زیر باشد:

$f_{X/Y}(x/y) = \frac{x+y}{1+y} e^{-x}$ ، $0 < x < \infty$ ، $0 < y < \infty$ در این صورت مقدار $P(X < 1/Y = 2)$ برابر است با:

- الف. $1 - e^{-1}$ ب. $\frac{4}{3}e^{-1}$ ج. $1 - \frac{1}{2}e^{-1}$ د. $\frac{1}{2}e^{-1}$

۱۴. فرض کنید متغیرهای تصادفی X و Y پیوسته با تابع چگالی احتمال توأم زیر باشند:

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-x-y}, & x > 0, 0 < x < 1 \\ 0, & \text{جای دیگر} \end{cases}$$

در این صورت $E(X/Y = 2)$ برابر است با:

- الف. ۲ ب. e^{-2} ج. e^2

۱۵. اگر X یک متغیر تصادفی با توزیع دو جمله‌ای باشد، تابع مولد گشتاورهای $Y = X + 2$ برابر است با:

- الف. $(pe^{yt} + q)^n$ ب. $e^{yt}(pe^t + q)^n$ ج. $(pe^{yt} + qe^{yt})^n$ د. $(pe^{3yt} + qe^{yt})^n$

۱۶. متغیر تصادفی X دارای توزیع پواسن است. اگر واریانس X برابر ۱۰۰ باشد در این صورت به کمک قضیه چبیشف، کران

پایینی احتمال $P(75 \leq X \leq 125)$ برابر است با:

- الف. $\frac{4}{25}$ ب. $\frac{21}{25}$ ج. $\frac{4}{100}$ د. $\frac{25}{100}$

۱۷. فرض کنید میانگین تعداد تصادفات در بزرگرایی دو مورد، در هفته است در این صورت و با استفاده از نابرابری مارکوف،

کرانه برای احتمال این پیشامد که فردا، حداقل ۵ تصادف رخ دهد برابر است با:

- الف. ۰/۵۰ ب. ۰/۲۵ ج. ۰/۴۰ د. ۰/۲۰

نام درس: احتمال و کاربرد آن

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کد درس: ۲۵۰۰۸۲

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استانده از ماشین حساب مجاز است] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۵

۱۸. توزیع احتمال زوج متغیر تصادفی (X, Y) به صورت زیر است:

$X = x$	۱	۲	۳
$Y = y$			
۰	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
۲	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

در این صورت مقدار $P_{X|Y}(2|0)$ برابر است با:

د. $\frac{4}{14}$

ج. $\frac{2}{14}$

ب. $\frac{3}{12}$

الف. $\frac{1}{12}$

۱۹. فرض کنید X عددی تصادفی از بازه $(0, 1)$ باشد، و $Y = \sqrt{X}$ در این صورت، ضریب همبستگی X و Y برابر است با:

د. $\frac{\sqrt{15}}{12}$

ج. $\frac{1}{4}$

ب. $\frac{\sqrt{15}}{4}$

الف. $\frac{1}{12}$

۲۰. گشتاور مرتبه ۲ ام X (حول مبدا) عبارت است از:

$$\mu_r' = \frac{\beta^r \Gamma(r + \alpha)}{\Gamma(\alpha)}$$

در این صورت میانگین و واریانس X (به ترتیب از راست به چپ) برابرند با:

ب. $(\alpha + 1)\beta^\alpha, \alpha\beta^\alpha$

الف. $\alpha(\alpha + 1)\beta^\alpha, \alpha\beta$

د. $\alpha\beta^\alpha, \alpha\beta$

ج. $\alpha^\alpha\beta^\alpha, \alpha^\alpha\beta$

نام درس: احتمال و کاربرد آن

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کد درس: ۲۵۰۰۸۲

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استانده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۵

سوالات تشریحی

۱. ثابت کنید احتمال‌های شرطی در اصول موضوع احتمال صدق می‌کنند.

۲. اگر X یک متغیر تصادفی و a و b دو مقدار ثابت باشند، آنگاه:

$$M_{X+b}(t) = e^{bt} M_X(t)$$

۳. قانون ضعیف و قوی اعداد بزرگ را به طور دقیق بیان کنید.

۴. اگر X یک متغیر تصادفی پواسون باشد، تابع مولد گشتاورهای X را محاسبه و با استفاده از آن میانگین و واریانس X را به دست آورید.

۵. فرض کنید X و Y دارای تابع چگالی احتمال توأم زیر باشد:

$$f(x, y) = \begin{cases} kxy & 0 < x < 1 < y < 1 \\ 0 & \text{جای دیگر} \end{cases}$$

جای دیگر

مطلوب است محاسبه $E(Y / X = x)$