



## شناسایی کاراکتر با استفاده از منحنی‌های B-اسپلاین

حامد تیرانداز<sup>۱</sup>، ساسان آزادی<sup>۲</sup>، جواد حدادنیا<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکترونیک

دانشگاه سمنان

[hamedtirandaz@gmail.com](mailto:hamedtirandaz@gmail.com)

<sup>۲</sup> استادیار گروه الکترونیک

دانشگاه سمنان

[azadyeng@yahoo.com](mailto:azadyeng@yahoo.com)

<sup>۳</sup> استادیار گروه الکترونیک

دانشگاه تربیت معلم سبزوار

[haddadnia@sttu.ac.ir](mailto:haddadnia@sttu.ac.ir)

### چکیده

در این مقاله، یک الگوریتم برای تطبیق منحنی‌ها و شناسایی کاراکترها با استفاده از بازسازی کانتور منحنی‌ها و به کمک منحنی‌های B-اسپلاین ارائه می‌گردد. در ابتدا، نقاط برجسته بر روی مرز اشیاء به کمک تکنیک ماکزیمم انحنای موضعی (LCM) محاسبه و سپس با استفاده از تکنیک براندازی کمترین مربعات منحنی B-اسپلاین نقاط مورد نظر (مرز اشیاء) بدست می‌آید. ضمن مقایسه منحنی‌های B-اسپلاین مورد نظر عمل تطبیق و شناسایی انجام می‌گردد. نتایج حاصل از روش پیشنهادی نشان می‌دهد که استفاده از منحنی‌های B-اسپلاین علاوه بر کاهش حجم محاسبات، افزایش دقت تطبیق و شناسایی کاراکترها را نیز به همراه دارد.

### کلمات کلیدی

منحنی‌های B-اسپلاین، شناسایی کاراکترها، تطبیق منحنی، مقیاس‌گذاری، نقاط کنترل، مقادیر پارامتری

### ۱- مقدمه

پیوستگی، قابلیت کنترل قالب موضعی و تغییرناپذیری در تبدیلات نسبی می‌باشند، که این خصوصیات آنها را برای بازنمایی منحنی‌ها خیلی جذاب می‌سازد، و بالطبع، این منحنی‌ها بطور بسیار گسترده‌ای در شاخه‌های مختلف علمی نظیر طراحی به کمک کامپیوتر و گرافیک کامپیوتری [۴، ۶] و قطعه بندی و ردیابی دنباله تصاویر [۷] مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این مقاله، تطبیق

تاکنون تکنیک‌های زیادی برای تطبیق منحنی‌ها و شناسایی کاراکترها ارائه شده است که از میان این تکنیک‌ها، منحنی‌های B-اسپلاین مؤثرترین تکنیک برای بازنمایی منحنی‌ها و قالب اشیاء می‌باشند و دارای خصوصیات جذابی همچون یکتایی فضایی،

که از میان این روش‌ها، نقاط LCM (Local Curvature Maximum) [۱۱]، می‌تواند بطور ساده و قابل اعتمادی بکار برده شود. انتخابهای نقاط داده اطلاعات مفیدی را برای توصیف قالب نقاط فراهم می‌نمایند. با داشتن یک منحنی  $\alpha(t)$  انتخابی  $K_i$  در نقطه  $P_i$  را بطور ساده می‌توان بصورت زیر تعیین نمود [3]:

$$K_i = \frac{\|r'(\bar{t}_i) \times r''(\bar{t}_i)\|}{\|r'(\bar{t}_i)\|^3} \quad (1)$$

که در آن  $r'(\bar{t}_i)$  و  $r''(\bar{t}_i)$  به ترتیب مشتقات اول و دوم منحنی  $r(\bar{t}_i)$  می‌باشند. با استفاده از معادله فوق ما مجموعه نقاط برجسته  $j=0, \dots, n$  را بصورتی تعیین می‌نماییم که دارای انحنای بیشتری نسبت به سایر نقاط داشته باشند. نتایج حاصل از انجام اینکار در شکل‌های ۳ و ۴ قابل مشاهده می‌باشد.

#### ۴- محاسبه نقاط کنترل منحنی B-اسپلاین

تابع  $r(t)$  را بردار موقعیت در طول منحنی با پارامتر  $t$  در نظر بگیرید. با استفاده از منحنی B-اسپلاین این نمودار را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

$$r(t) = \sum_{i=0}^n B_{i,p}(t) C_j \quad t_{p-1} \leq t \leq t_{n+1} \quad (2)$$

که در آن  $C_j$ ,  $j=0, \dots, n$  نقاط کنترل و  $\{B_{i,p} | i=0, \dots, n\}$  توابع پایه‌ای نرمال شده از مرتبه  $p$  بر روی بردار گره  $T = \{t_0, t_1, \dots, t_{n+p}, t_{n+p+1}\}$  می‌باشند. بردار گره  $T$  شامل بردار صعودی از گره‌ها می‌باشد که مقادیر اولیه و آخرین آن به صورت زیر می‌باشند.

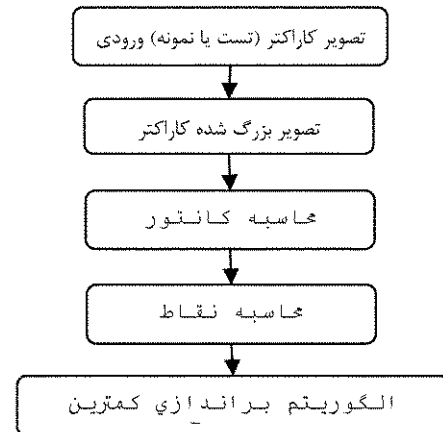
$$t_0 = \Lambda = t_{p-1} = 0, \quad t_{n+1} = \Lambda = n + p = 1$$

#### ۵- براندازی منحنی B-اسپلاین با استفاده از

##### روش کمترین مربعات

مسئله براندازی (فیت نمودن) منحنی B-اسپلاین با استفاده از روش کمترین مربعات، به عنوان یک ابزار بطور گسترده بکار رفته برای بازسازی منحنی B-اسپلاین  $r(t)$  از نقاط کنترل داده شده  $p_i$ ، دارای سه مرحله: پارامترسازی، جایگذاری گره، و مینیمم سازی کمترین مربعات می‌باشد. که در مراحل زیر روند محاسبه آنها بطور مفصل تشریح شده است:

منحنی‌ها و شناسایی کاراکترها با استفاده از بازسازی B-اسپلاین کانتور این منحنی‌ها ارائه شده است. برای این کار، میزان اختلاف نقاط کنترل منحنی B-اسپلاین تصویر ایجاد شده از کاراکترهای نمونه و کاراکتر داده شده را به روش کمترین مربعات تعیین نموده و کاراکتری از کاراکترهای نمونه که کمترین میزان اختلاف با کاراکتر مورد آزمایش داشته باشد به عنوان کاراکتر تطبیق شده مشخص می‌شود. مراحل کار الگوریتم پیشنهادی در شکل ۱ ارائه شده است:



شکل ۱- مراحل براندازی منحنی‌های B-اسپلاین

#### ۲- مقیاس‌پذیری و محاسبه کانتور

در این مرحله برای اجتناب از خطای ایجاد شده در محاسبات منحنی B-اسپلاین و همچنین شفاف‌سازی نتایج، از مقیاس‌پذیری کاراکتر استفاده می‌شود. سپس با استفاده از فیلتر گرادیان، نقاط مرز تصویر فوق را بدست می‌آوریم. برای درک بهتر، این مراحل در شکل ۴ آورده شده است.

#### ۳- محاسبه نقاط برجسته

از آنجا که لزومی به استفاده از تمام نقاط داده برای بازسازی کانتور منحنی اشیاء وجود ندارد، علاوه، استفاده از تمام نقاط داده برای برانداز نمودن منحنی B-اسپلاین بر روی نقاط داده از دقت فیت (براندازی) زیادی برخوردار نمی‌باشد، مسئله فیت نمودن منحنی با استفاده از نقاط برجسته میزان براندازی بهتری را بدست خواهد داد [۲].

در این مقاله، مسئله فیت نمودن منحنی B-اسپلاین کانتور کاراکترها بطور اساسی به انتخاب نقاط برجسته تبدیل می‌گردد که نقاط برجسته  $j=0, \dots, n$  باید از میان نقاط داده  $p_i$   $i=0, \dots, m$  انتخاب گردند. تکنیک انتخاب نقاط برجسته بطور مفصل توسط Park et al [۲]، تشریح شده است که در اینجا از آوردن جزئیات آن خودداری می‌شود.

روشهای متعددی برای مشخص سازی نقاط خصوصیت قالب مجموعه نقاط داده می‌تواند برای انتخاب نقاط برجسته بکار رود [۲].

### ۵-۳- براندازی کمترین مربعات

در روند مینیمم سازی کمترین مربعات، نقاط کنترل  $C_i$ ،  $j=0, \dots, n$  را از یک منحنی B-اسپلاین  $r(t)$  بصورت زیر تعیین می نماییم [۳ و ۴]:

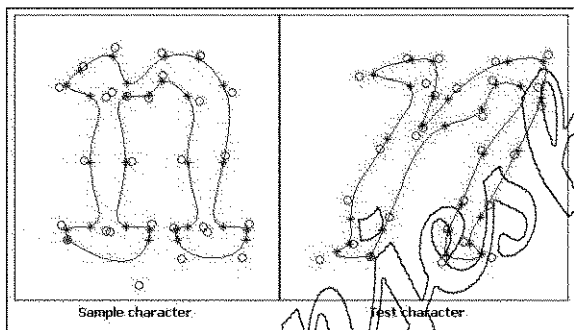
$$E(C_1, \Lambda, C_n) = \sum_{i=1}^m \|r(\bar{u}_i) - C_i\| \quad (7)$$

که در آن  $m$  تعداد نقاط داده و  $n$  تعداد نقاط کنترل می باشد. این روش بطور مفصل در مرجع [3] توضیح داده شده است.

### ۶- محاسبه میزان اختلاف دو کاراکتر نمونه و

#### تست

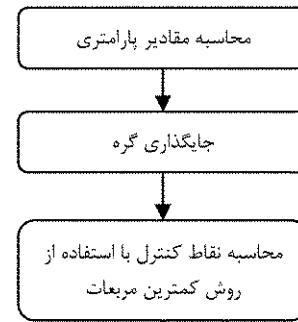
تاکنون، در این مقاله منحنی های B-اسپلاین یک مجموعه از کاراکترهای (قالب اشیاء) نمونه و منحنی B-اسپلاین کاراکتر مورد آزمایش قرار گرفته محاسبه گردیده اند. برای مثال در شکل ۳ منحنی B-اسپلاین تست و نمونه کاراکتر ( $n$ ) مشخص شده است. اکنون زمان آن فرا رسیده است تا نزدیکترین منحنی B-اسپلاین کاراکتر مورد آزمایش را از مجموعه منحنی های B-اسپلاین نقاط داده، محاسبه گردد. بدین منظور  $r(t)$  و  $r'(t)$  را به ترتیب منحنی B-اسپلاین یک کاراکتر نمونه و مورد آزمایش قرار گرفته در نظر بگیرد. در این قسمت باید با محاسبه میزان اختلاف کاراکتر مورد آزمایش با کاراکترهای نمونه سیستم کاراکتری را که کمترین میزان اختلاف را داشته باشد را به عنوان کاراکتر تشخیص داده شده در نظر بگیریم.



شکل ۳- منحنی B-اسپلاین کاراکتر نمونه سیستم و کاراکتر مورد آزمایش قرار گرفته

و  $Q=(q_1, q_2, \dots, q_{n+1})$  را بردار کنترل منحنی  $r(t)$  و  $Q'=(q'_1, q'_2, \dots, q'_{n+1})$  را بردار کنترل منحنی  $r'(t)$  در نظر بگیرید. اندیسی در بردار  $Q'$  در نظر بگیرید که در آن فواصل نقاط کنترل مینیمم گردد. سپس، موازنه تطبیق نقاط کنترل دو منحنی بصورت زیر بدست می آید:

$$\min_{0 \leq l \leq n} \sum_{j=1}^n \|q_j - q'_{(j+l) \bmod n}\| \quad (8)$$



شکل ۲- روش فیت نمودن کمترین مربعات منحنی B-اسپلاین

### ۵-۱- پارامترسازی

در پارامترسازی، مقادیر پارامتری  $\bar{u}_i$  نقاط برجسته محاسبه شده از نقاط داده محاسبه می گردد. برای این کار می توان از معادله زیر که معمولاً بصورت گسترده بکار می رود، استفاده نمود:

$$u_0=0, u_n=1, \quad \bar{u}_k = \bar{u}_{k-1} + \frac{|P_k - P_{k-1}|}{d} \quad k=1, \Lambda, n-1 \quad (3)$$

که در آن، طول تقریبی منحنی،  $d$ ، بصورت زیر می باشد:

$$d = \sum_{k=1}^n |P_k - P_{k-1}| \quad (4)$$

در صورتی که فواصل نقاط با همدیگر برابر باشند، رابطه فوق به صورت زیر در می آید:

$$\bar{u}_0 = 0, \bar{u}_k = \frac{1}{k} \quad k=1, \dots, n-1, \quad \bar{u}_n = 1 \quad (5)$$

### ۵-۲- جایگذاری گره

با استفاده از فواصل نقاط داده بدست آمده در بالا ما می توانیم گره های بصورت برابر فاصله دار شده را بصورت زیر قرار دهیم:

$$u_0 = K = u_p = 0 \quad u_{n+1} = K = u_{n+p+1} = 1$$

$$u_{j+p} = \frac{j}{n-p+1} \quad j=1, \Lambda, n-p \quad (6)$$

در معادلات فوق  $p$  مرتبه منحنی (درجه  $p+1$ )، و  $n$  تعداد نقاط کنترل و  $P_k$  نقاط داده شده،  $k=1, \dots, n$ ، تعداد گره ها می باشند

اکنون ما می توانیم به کمک معادله (۶) مقادیر کنترل چندضلعی را به روش براندازی منحنی B-اسپلاین کمترین مربعات بدست آوریم.

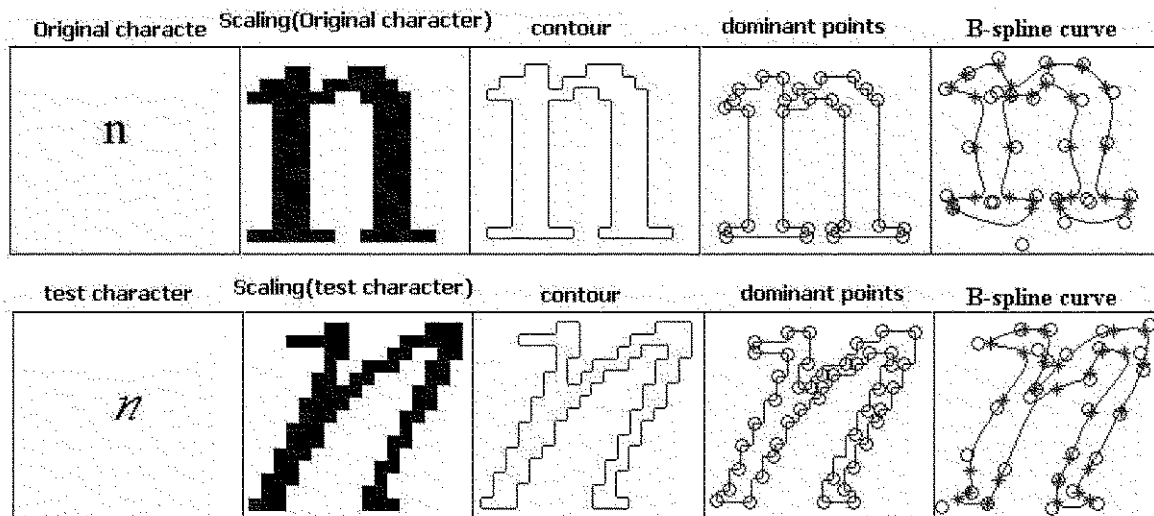
اکنون میزان خطای E (ناشابه) مابین نقاط دو منحنی را به صورت زیر تعریف می‌گردد:

آزمایش قرار گرفته را برابر با تعداد نقاط کنترل در نظر گرفته شده است. و  $i$  متناظر با اندیسی می‌باشد که در آن  $t_j \in [t_i, t_{i+1}]$ . با تکرار این روند برای هر منحنی B-اسپلاین، مجموعه کاراکترهای نمونه دیگر و محاسبه میزان خطای تطبیق آن با کاراکتر مورد آزمایش قرار گرفته، می‌توان کاراکتری که بیشترین میزان تشابه با کاراکتر اصلی دارا باشد را مشخص نمود.

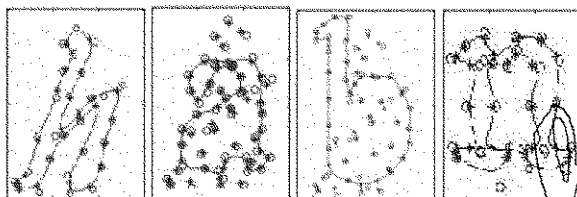
اکنون میزان خطای E (ناشابه) مابین نقاط دو منحنی را به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$E = \frac{\|r(t) - r'(t)\|}{m} = \frac{\sum_{j=1}^m \sum_{i=0}^n |B_{i,p}(t_j)q_i - B_{(i+l) \bmod n,p}(t_j - t_i)|}{m} \quad (9)$$

که در آن  $m$  تعداد نقاط منحنی B-اسپلاین می‌باشد. در این مقاله، تعداد نقاط منحنی B-اسپلاین کاراکتر نمونه و کاراکتر مورد



شکل ۴- در این شکل مراحل الگوریتم پیشنهادی نشان داده شده است.



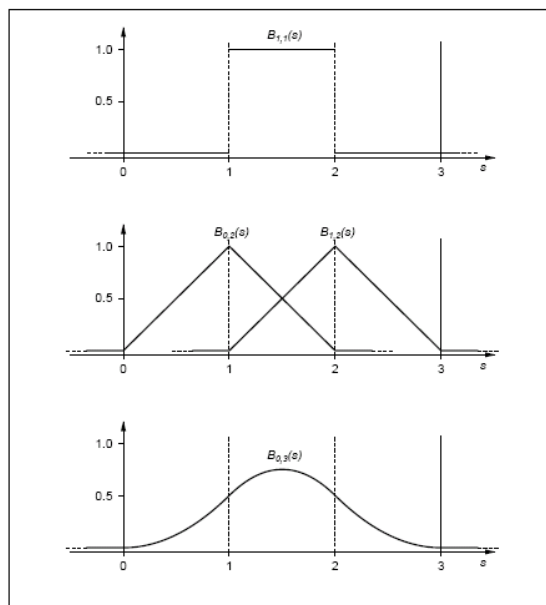
شکل ۵- منحنی‌های B-اسپلاین کاراکترهای مورد مقایسه قرار گرفته

جدول ۱- مقایسه منحنی B-اسپلاین کاراکترهای نمونه (a,b,n,h) و تست h

sample test	a	b	n	h	d
h	1.1776	1.3368	1.1010	1.0997	1.1532

## ۷- نتیجه

در این مقاله، یک روش برای حل مسئله تطبیق منحنی‌ها و شناسایی کاراکترها به کمک منحنی‌های B-اسپلاین ارائه شده است. روش پیشنهادی قادر به شناسایی کاراکترهای مختلف با سبزه‌های مختلف می‌باشد. در جدول زیر برخی نتایج بدست آمده از مقایسه مابین میزان اختلافات بدست آمده از منحنی B-اسپلاین کاراکترهای مختلف با کاراکتر مورد آزمایش (h) آورده شده است. منحنی B-اسپلاین این کاراکترها در شکل ۵ قابل مشاهده می‌باشد. همانطور که در جدول نتایج نشان داده شده است روش پیشنهادی فوق بطور بسیار کارآمدی قادر به تشخیص کاراکترها و همچنین تطبیق منحنی می‌باشد.



شکل ۶- یک تابع پایه‌ای اسپلاین  $B_{n,d}$  از مرتبه  $d$  بطور بازگشتی از توابع پایه‌ای مرتبه پایین‌تر ساخته شده است.

این منحنی‌ها بطور مفصل در مراجع [۳ و ۴ و ۶] شرح داده شده‌اند.

## مراجع

- [1] Cohen F.S, Huang Z and Yang Z, "Invariant matching and identification of curves using B-spline curve representation", IEEE Trans on Image process. 4:1-10, 1995.
- [2] Hyung Park, Joo Haeng Lee, "B-spline curve fitting based on adaptive curve refinement using dominant points" Computer-Aided Design, Elsevier Ltd, 2007
- [3] Piegl, L., and Tiller, W., *The NURBS Book*, 2nd ed., Springer, Berlin, 1997
- [4] Davie. F. Rogers, "An Introduction to NURBS With Historical Perspective", 2001.
- [5] Cohen, E., Some mathematical tools for a modeler's bench, *IEEE Comput. Graph. and Appl.*, Vol. 3, No. 7, pp. 63-66, October 1983.
- [6] Blake, A., Isard, M., 1998. Active Contours. Springer, London, England
- [7] Sukmarg, O., Rao, K. R., B-Spline Curve Representation of Segmented Object in MPEG Compressed Domain, 2000
- [8] De Boor C. A practical guide to splines. Berlin: Springer; 1978.
- [9] Park H. An error-bounded approximate method for representing planar curves in B-splines. *Computer Aided Geometric Design* 2004;21(5):479-97.
- [10] Cohen, Huang, Yang, Invariant matching and identification of curves using B-spline curve representation, IEEE Trans , 1995
- [11] Razdan A. Knot placement for B-spline curve approximation. Report 1999. Arizona State University. <http://citeseer.ist.psu.edu/398077.html>.

## ضمایم

### منحنی‌های B-اسپلاین

یک تابع B-اسپلاین غیر پربودیک غیر یکنواخت از مرتبه  $k$  به عنوان یک ترکیب خطی از یک تعداد توابع پایه‌ای به صورت زیر تعریف می‌گردند [۳ و ۴ و ۶]:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,k} P_i \quad (10)$$

که در آن  $a \leq u \leq b$  و  $P_i$  نقاط کنترل می‌باشند که می‌توان آنها را با استفاده از الگوریتم کمترین مربعات ارائه شده در رابطه (۷) محاسبه نمود. و  $B_{i,k}$  در این رابطه توابع پایه‌ای می‌باشند. یک تابع پایه‌ای اسپلاین  $B_{n,d}$  از مرتبه  $d$  بطور بازگشتی از توابع پایه‌ای مرتبه پایین‌تر ساخته شده است. که بصورت زیر محاسبه می‌گردند.  $B_{n,d}$  را  $n$  امین تابع پایه‌ای برای یک اسپلاین از مرتبه  $d$  قرار دهید. سپس برای یک اسپلاین قاعده بازگشتی زیر را می‌توان برای محاسبه این توابع بکار برد:

مرحله آغازدهی اولیه:

$$B_{n,1}(s) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq s < n+1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

مرحله استقرایی:

$$B_{n,d}(s) = \frac{(s - k_n)B_{n,d-1}(s)}{k_{n+d-1} - k_n} + \frac{(k_{n+d} - s)B_{n+1,d-1}(s)}{k_{n+d} - k_{n+1}} \quad (12)$$