

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار ریاضی (۱)
رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض و کاربردی: ۱۱۱۷۰۲۲)

گد سری سوال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: --

پیامبر اعظم (ص): روزه سپر آتش جهنم است.

۱. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n متغیرهای تصادفی نمایی با پارامتر λ باشند آنگاه توزیع $Y = \min_{i=1}^n X_i$ کدام است؟

الف. نمایی با پارامتر λn ب. نمایی با پارامتر λ

ج. گاما با پارامتر $(n, \frac{1}{\lambda})$ د. دو جمله ای با پارامتر $(n, \frac{1}{\lambda})$

۲. یک نمونه تصادفی $u(0,1)$ از توزیع یکنواخت روی $(0,1)$ در اختیار است. توزیع دومین آماره مرتب کدام است؟

الف. $u(0,1)$ ب. $u(0, \frac{1}{2})$

ج. $Beta(1,1)$ د. $Beta(2,2)$

۳. فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع یکنواخت بر بازه $(0, 2\pi)$ باشد تابع چگالی احتمال $Y = \sin^2 X$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{2\sqrt{y(1-y)}}$ ب. $\frac{1}{4\pi\sqrt{y(1-y)}}$

ج. $\frac{1}{y\sqrt{\pi(1-y)}}$ د. $\frac{1}{\pi\sqrt{1-y}}$

۴. تابع چگالی توأم X و Y عبارت است از:

$$f(x; y) = e^{-(x+y)} \quad x > 0, y > 0$$

تابع چگالی متغیر تصادفی $T = \frac{X}{Y}$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{(1+t)^2}$ ب. $(1+t)^2$ ج. $(1+t)$ د. $\frac{1}{1+t}$

۵. میانگین نمونه ای در توزیع کوشی دارای کدام توزیع است؟

الف. نرمال استاندارد ب. نرمال با پارامتر α, β ج. پواسن د. کوشی

۶. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n دارای توزیع یکنواخت بر بازه $(-\theta, \theta)$ باشند برآورد گشتاوری θ کدام است؟

الف. صفر ب. \bar{X}

ج. $\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2}$ د. $\sqrt{\frac{3}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار ریاضی (۱)
رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض و کاربردی: ۱۱۱۷۰۲۲)

گد سری سوال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: --

۷. فرض کنید ظرفی شامل θ مهره است که از ۱ تا θ شماره گذاری شده اند برآورد گشتاوری θ کدام است؟

الف. $\frac{2\bar{X}-1}{\bar{X}}$ ب. \bar{X} ج. $3\bar{X}$ د. $\frac{2\bar{X}-1}{\bar{X}}$

۸. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع پواسن با پارامتر λ باشد برآوردگر درستنمایی ماکسیم $e^{-\lambda}$ کدام است؟

الف. \bar{X} ب. $e^{-\bar{X}}$ ج. $-\bar{X}$ د. $e^{\bar{X}}$

۹. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه ای از تابع توزیع $F(x; \theta) = 1 - \frac{\theta}{x}$ که در آن $0 < \theta < x$ باشد آنگاه برآورد MLE پارامتر θ کدام است؟

الف. $\frac{1}{\bar{X}}$ ب. \bar{X} ج. $\max X_i$ د. $\min X_i$

۱۰. تابع جرم احتمال متغیر تصادفی X به صورت زیر است اگر $X=1$ مشاهده شده باشد آنگاه برآوردگر درستنمایی ماکسیم (MLE) برای θ کدام است؟

θ	۰	۱
X		
۱	۰	۰/۹
۲	۰	۰/۹

الف. صفر ب. $\frac{1}{2}$ ج. ۱ د. ۲

۱۱. فرض کنید نمونه تصادفی X_1, X_2, \dots, X_n از توزیع یکنواخت بر بازه $(k\theta, (k+1)\theta)$ باشد که در آن k مقداری ثابت است برآوردگر MLE، θ کدام است؟

الف. $\frac{X_{(1)}}{k+1}$ ب. $\frac{X_{(n)}}{k+1}$ ج. $\frac{X_{(n)} - X_{(1)}}{k}$ د. $\frac{X_{(1)} + X_{(n)}}{k}$

۱۲. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت بر بازه $(\theta, \theta+1)$ باشد دو برآوردگر ناریب T_1 و T_2 برای θ کدامند؟

الف. $T_1 = \bar{X} - \frac{1}{2}, T_2 = X_{(n)} - \frac{n}{n+1}$ ب. $T_1 = \frac{\bar{X}}{n}, T_2 = \frac{1}{\bar{X}}$ ج. $T_1 = X_{(1)} + \frac{1}{n}, T_2 = X_{(n)} - \frac{n+1}{n}$ د. $T_1 = \bar{X} - X_{(1)}, T_2 = \bar{X} - X_{(n)}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار ریاضی (۱)
رشته تحصیلی/گروه درس: ریاضی (محض و کاربردی: ۱۱۱۷۰۲۲)

گد سری سوال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: --

۱۳. فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n \sim N(\theta, 1)$ برآوردگر ناریب برای θ^2 کدام است؟

- الف. \bar{X}^2 ب. $\bar{X}^2 - \frac{1}{n}$ ج. $\frac{\bar{X}^2}{n}$ د. $\frac{1}{\bar{X}^2}$

۱۴. اگر $X_1, X_2, \dots, X_n \sim N(\theta, \theta^2)$ باشند که در آن $\theta > 0$ آنگاه آماره $(\sum X_i, \sum X_i^2)$

- الف. بسنده است ولی مینیمال نیست. ب. بسنده و کامل است.
ج. بسنده و مینیمال است ولی کامل نیست. د. کامل ولی بسنده نیست.

۱۵. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از تابع چگالی $x > 0, \theta > 0$
باشد کران پایین کرامر-رائو برای برآوردگر ناریب $\theta^2 + 2$ کدام است؟

- الف. $\frac{4\theta}{n^2}$ ب. $\frac{4\theta^2}{n}$ ج. $\frac{2\theta^2}{n}$ د. $\frac{4\theta^3}{n}$

۱۶. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع $f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x}$ باشد برآوردگر $UMVUE$ برای $\frac{1}{\theta}$ کدام است؟

- الف. \bar{X} ب. $\sum X_i$ ج. $\frac{1}{\bar{X}}$ د. $\frac{\prod_{i=1}^n X_i}{n}$

۱۷. اگر متغیر تصادفی X در بازه (a, b) دارای تابع توزیع $F_X(x)$ باشد توزیع $U = F_X(x)$ کدام است؟

- الف. هندسی ب. نمایی ج. گاما د. یکنواخت

۱۸. اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع F با m و n درجه آزادی باشد آنگاه

$$W = \frac{\frac{m}{n} X}{1 + \frac{m}{n} X}$$

دارای کدام توزیع است؟

- الف. نرمال ب. بتا ج. گاما د. نمایی

۱۹. اگر $F_n(x)$ تابع توزیع تجمعی نمونه‌ای به حجم n از $F(0)$ باشد در این صورت $F_n(x) = \frac{k}{n}$ دارای کدام توزیع است؟

- الف. $N(k, n)$ ب. $bin(k, n)$ ج. $bin(n, k)$ د. کوشی

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار ریاضی (۱)
رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض و کاربردی: ۱۱۱۷۰۲۲)

گد سری سؤال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: --

۲۰. فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n \sim N(0, 1)$ هستند و $Y_1 = X_1$ و $Y_2 = \frac{X_1 + X_2}{2}$ و $Y_3 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$ در

این صورت مقدار تبدیل ژاکوبین کدام است؟

الف. صفر ب. ۸ ج. ۵ د. ۶

سوالات تشریحی

بارم هر سؤال ۱/۶ نمره می باشد

۱. فرض کنید X و Y متغیرهای تصادفی مستقل و دارای توزیع نرمال استاندارد هستند تابع مولد گشتاور $X.Y$ را بیابید.

۲. فرض کنید N دارای توزیع هندسی با پارامتر p و X_i دارای توزیع نمایی با پارامتر λ است و نیز فرض می کنیم N و X_i از هم مستقلند. مطلوب است:

الف. توزیع $S_N = \sum_{i=1}^N X_i$

ب. امید ریاضی و واریانس S_N

۳. اگر $Y_1 \leq Y_2 \leq \dots \leq Y_n$ آماره های ترتیبی نمونه تصادفی X_1, \dots, X_n از توزیع (θ_1, θ_2) باشد مطلوب است تعیین توزیع Y_α به شرط Y_β .

۴. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از

$$f(x; \theta_1, \theta_2) = \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} I_{(\theta_1, \theta_2)}(x)$$

باشد که در آن $\theta_1 < \theta_2$ است.

الف. آماره بسنده مینیمال توأم برای (θ_1, θ_2) بیابید.

ب. آیا این آماره کامل است؟ نشان دهید.

۵. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه ای از تابع چگالی گسسته

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} I_{\{1, 2, \dots, \theta\}}(x)$$

است که در آن $\theta = 1, 2, \dots$ برآورد $UMVUE$ برای θ را بیابید.