

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار و احتمال ۲
رشته تحصیلی/گروه درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۷۰۷۸)

کد سری سوال: سه (۳) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: آمار ریاضی / جان فروند / نشر دانشگاهی

پیامبر اعظم (ص): روزه سیر آتش جهنم است.

۱. فرض کنید $Y = |X|$ باشد و تابعهای توزیع تجمعی متغیرهای X و Y به ترتیب $F(x)$ و $G(y)$ باشد. آنگاه تابع توزیع تجمعی متغیر Y کدام گزینه است؟

ب. $F(-y) - F(y)$

الف. $F(y) - F(-y)$

د. $F(-y) \times F(y)$

ج. $F(y) + F(-y)$

۲. به فرض X تعداد شیرهایی باشد که در چهار پرتاب یک سکه همگن به دست می آید. اگر $Y = \frac{1}{1+X}$ باشد آنگاه احتمال

$Y = \frac{1}{3}$ چقدر است؟

د. $\frac{6}{16}$

ج. $\frac{5}{16}$

ب. $\frac{2}{9}$

الف. $\frac{4}{9}$

۳. اگر X دارای توزیع نرمال استاندارد باشد چگالی احتمال X^2 کدام گزینه است؟

ب. کای اسکور با درجه آزادی یک

الف. t استیودنت با درجه آزادی یک

د. نرمال با میانگین صفر و واریانس ۲

ج. فیشتر با درجه آزادی ۱ و ۱

۴. اگر متغیرهای تصادفی X_1, \dots, X_n مستقل و دارای توزیع نمایی با پارامتر θ باشند. تابع مولد گشتاور $Y = \sum_{i=1}^n X_i$

کدام گزینه است؟

ب. $(1 - \theta^n t)^{-1}$

الف. $(1 - \frac{\theta}{n} t)^{-1}$

د. $\frac{1}{n} (1 - \theta t)^{-1}$

ج. $(1 - \theta t)^{-n}$

۵. به فرض توزیع نمونه گیری \bar{X} دارای انحراف معیار ۲ باشد. اگر انحراف معیار جامعه ۱۲ باشد مقدار n چقدر است؟

د. ۱۴۴

ج. ۱۲

ب. ۳۶

الف. ۶

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار و احتمال ۲
رشته تحصیلی/گرایش: علوم کامپیوتر (۱۱۱۷۰۷۸)

گلد سری سوال: سه (۳) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: آمار ریاضی / جان فروند / نشر دانشگاهی

۶. اگر X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از یک جامعه نامتناهی باشد آنگاه به ازای $r = 1, 2, \dots, n$ مقدار

$cov(X_r - \bar{X}, \bar{X})$ چقدر است؟

- الف. صفر
ب. ۱
ج. $\frac{1}{n}$
د. $\frac{r}{n}$

۷. نمونه‌ای تصادفی به اندازه ۶۴ از جامعه‌ای نرمال با $\mu = 51/4$ و $\sigma = 6/8$ انتخاب شده است. احتمال آنکه میانگین بین نمونه ۵۰/۵ و ۵۲/۳ باشد، چقدر است؟

- الف. ۰/۷۱۰۸
ب. ۰/۰۳۸۸
ج. ۰/۱۵۶۵
د. ۰/۵۹۱۸

۸. نمونه‌ای تصادفی به اندازه n در جامعه‌ای نمایی با پارامتر θ ، انتخاب می‌کنیم. توزیع آماره مرتب اول (y_1) کدام گزینه است؟

- الف. $\frac{1}{n} e^{-\frac{y_1}{\theta}}, y_1 > 0$
ب. $\theta e^{-n\theta y_1}, y_1 > 0$
ج. $\frac{-y_1}{n e^{\theta}}, y_1 > 0$
د. $\frac{n}{\theta} e^{-\frac{y_1}{\theta}}, y_1 > 0$

۹. $\hat{\theta}$ را یک برآوردکننده نااریب برای پارامتر θ گویند اگر و تنها اگر:

- الف. $E(\hat{\theta}) = \theta$
ب. $E(\theta) = \hat{\theta}$
ج. $E(\theta^p) = \theta$
د. $E(\hat{\theta}^p) = \theta$

۱۰. اگر \bar{X}, \tilde{X} دو برآوردکننده میانگین جامعه‌ای نرمال با نمونه‌ای به اندازه $pn+1$ با واریانس‌های $\frac{\sigma^2}{pn}$ و $\frac{\sigma^2}{pn+1}$

باشد کارایی نسبی \tilde{X} به \bar{X} کدام گزینه است؟

- الف. $\frac{n}{pn+1}$
ب. $\frac{pn}{pn+1}$
ج. $\frac{pn+4\pi}{pn+4\pi}$
د. $\frac{\pi}{pn+1}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار و احتمال ۲
رشته تحصیلی/گروه درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۷۰۷۸)

کد سری سوال: سه (۳) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: آمار ریاضی / جان فروند / نشر دانشگاهی

۱۱. نمونه‌ای تصادفی از جامعه‌ای با میانگین μ است، چه شرطی بر ثابتهای a_1, \dots, a_n برقرار باشد تا

$$\sum_{i=1}^n a_i X_i$$

نازیب باشد؟

الف. $\sum a_i = 0$ ب. $\sum a_i = 1$ ج. $\sum \frac{1}{a_i} = 0$ د. $\sum \frac{1}{a_i} = 1$

۱۲. اگر $\hat{\theta}$ برآوردکننده نازیب θ باشد تحت چه شرایطی $\hat{\theta}$ سازگار می‌باشد؟

الف. $var(\hat{\theta}) \rightarrow 0$ ب. $E(\hat{\theta}) = 0$
 $n \rightarrow \infty$ $n \rightarrow \infty$

ج. $MSE(\hat{\theta}) \rightarrow 1$ د. $P(|\hat{\theta} - \theta| > 1) \rightarrow 0$
 $n \rightarrow \infty$ $n \rightarrow \infty$

۱۳. به فرض X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از جامعه‌ای با توزیع نرمال با پارامتر θ باشد، برآورد گشتاوری کدام گزینه است؟

الف. $\frac{1}{\sum X_i^2}$ ب. $\frac{\sum X_i}{n}$ ج. $\frac{1}{\sum X_i}$ د. $\frac{\sum X_i^2}{n}$

۱۴. در تخمین فاصله‌ای μ_X (زمانی که انحراف معیار جامعه معلوم نباشد) از کدام رابطه استفاده می‌شود؟

الف. $P(|\frac{\bar{X} - \mu_X}{\sigma_{\bar{X}}} < Z_{\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \alpha$ ب. $P(|\frac{\bar{X} - \mu_X}{\sigma_{\bar{X}}} < t_{\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \alpha$

ج. $P(|\frac{\bar{X} - \mu_X}{S_{\bar{X}}} < t_{\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \alpha$ د. $P(|\frac{\bar{X} - \mu_X}{S_{\bar{X}}} < Z_{\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \alpha$

۱۵. در یک نمونه تصادفی، ۳۶ نفر از ۴۰۰ نفری که واکسن آنفلونزا زده‌اند، دچار کمی ناراحتی شده‌اند. واریانس برآوردکننده نسبت افراد مذکور چقدر است؟

الف. ۰/۱۴ ب. ۰/۰۲۴ ج. ۰/۲۷ د. ۰/۰۱۳

نام درس: آمار و احتمال ۲
رشته تحصیلی/گروه درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۷۰۷۸)
تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

گزینه سوال: سه (۳) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: آمار ریاضی / جان فروند / نشر دانشگاهی

۱۶. در سؤال قبل، حد بالای فاصله اطمینان ۹۵ درصد چقدر است؟

الف. ۰/۳۴۱۷ ب. ۰/۳۸۶۰ ج. ۰/۲۹۴۰ د. ۰/۲۵۱۷

۱۷. احتمال خطای نوع دوم کدام گزینه است؟

الف. (وقتی H_0 درست است | رد H_0) $P(H_0 \text{ رد} | H_0 \text{ درست})$
ب. (وقتی H_0 غلط است | رد H_0) $P(H_0 \text{ رد} | H_0 \text{ غلط})$
ج. (وقتی H_0 درست است | قبول H_0) $P(H_0 \text{ قبول} | H_0 \text{ درست})$
د. (وقتی H_0 غلط است | قبول H_0) $P(H_0 \text{ قبول} | H_0 \text{ غلط})$

۱۸. برای انجام آزمون فرض روی واریانس جامعه‌ای نرمال، نمونه‌ای به اندازه $n = 18$ انتخاب شده و مقدار $S^2 = 0/68$ به دست آمده است. آماره آزمون برای بررسی فرض $H_0: \sigma^2 = 0/36$ در مقابل $H_1: \sigma^2 \neq 0/36$ چقدر است؟

الف. ۷/۱۲ ب. ۲۱/۹۱ ج. ۳۲/۱۱۱ د. ۴۷/۲۵

۱۹. آماره آزمون برای بررسی نسبت k جامعه چه توزیعی دارد؟

الف. نرمال ب. t استیودنت ج. کای مربع د. فیشر

۲۰. اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از جامعه‌ای با توزیع یکنواخت پیوسته روی بازه $(0, \beta)$ باشد برآورد کننده

ماکزیم درست‌نمایی برای β کدام گزینه است؟

الف. \bar{X} ب. $\max_{1 \leq i \leq n} X_i$ ج. $\min_{1 \leq i \leq n} X_i$ د. $\sum X_i$

سوالات تشریحی

بارم هر سؤال ۱/۶ نمره می‌باشد.

۱. فرض کنید چگالی توأم دو متغیر X و Y به صورت $f(x_1, x_2) = e^{-x_1 - x_2}$ $x_1 > 0, x_2 > 0$ باشد:

الف. چگالی توأم $Y_1 = X_1 + X_2$ و $Y_2 = \frac{X_1}{X_1 + X_2}$ را به دست آورید.

ب. چگالی حاشیه‌ای Y_2 را به دست آورید.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار و احتمال ۲
رشته تحصیلی/گروه درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۷۰۷۸)

کد سری سؤال: سه (۳) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: آمار ریاضی / جان فروند / نشر دانشگاهی

۲. اگر \bar{X} و S^2 میانگین و واریانس نمونه‌ای تصادفی به اندازه n از جامعه نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشد، نشان دهید:
الف. \bar{X} ، S^2 مستقل هستند.

ب. متغیر تصادفی $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ دارای توزیع خی دو با درجه آزادی $n-1$ است.

۳. اگر X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی به اندازه n از جامعه نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشد، برآوردهای درست‌نمایی ماکسیمم توأم این دو پارامتر را پیدا کنید.

۴. مطالعه‌ای برای مقایسه محتوای نیکوتین دو نوع سیگار به عمل آمده است. متوسط محتوای نیکوتین ۱۰ سیگار نوع (الف) ۳/۱ میلی‌گرم با انحراف معیار ۵/۵ میلی گرم بوده است، در حالی که ۸ سیگار نوع (ب) دارای محتوای نیکوتین با متوسط ۲/۷ میلی گرم و انحراف معیار ۷/۵ میلی گرم بوده است. با فرض اینکه دو مجموعه داده‌ها نمونه‌هایی تصادفی از جامعه‌های نرمال با واریانسهای برابر باشند به فاصله اطمینان ۹۵٪ برای تفاضل واقعی محتوای نیکوتین متوسط دو نوع سیگار بسازید.

۵. برای داده‌هایی که در جدول زیر نشان داده شده‌اند، مستقل بودن استعداد ریاضی مشخص و علاقه او به آمار را در سطح ۰/۰۱ آزمون کنید.

استعداد ریاضی

	ضعیف	متوسط	عالی
ضعیف	۶۳	۴۲	۱۵
متوسط	۵۸	۶۱	۳۱
عالی	۱۴	۴۷	۲۹

نام درس: آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۷۰۷۸)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: سه (۳)

استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: آمار ریاضی / جان فروند / نشر دانشگاهی

جدول ۱ توزیع Z (سطح زیر منحنی برای مقادیر منفی از Z، براساس قرینگی محاسبه می شود)

Z*	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2518	0.2549
0.7	0.2580	0.2612	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار و احتمال ۲
رشته تحصیلی/گروه درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۷۰۷۸)

کد سری سؤال: سه (۳) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: آمار ریاضی / جان فروند / نشر دانشگاهی

ادامه جدول ۱ - توزیع Z

2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4986	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4490	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.5000	0.5000	0.5000
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000