

نام درس: طراحی الگوریتم‌ها - طراحی و تحلیل الگوریتم‌ها
رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی کامپیوتر (۱۱۵۰۷۸) - علوم کامپیوتر (۱۱۵۱۶۶)
بخش کامپیوتر (تجميع) - مهندسی فناوری اطلاعات (۱۱۵۱۴۲)
کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: — مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۶
زمان آزمون: تستی: ۷۵ تشریحی: ۷۵ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. اگر برای توابع $f(n)$ و $g(n)$ داشته باشیم $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$ ، آنگاه کدام گزینه زیر صحیح است؟

الف. $f(n) \in \Omega(\sqrt{g(n)})$ ب. $f(n) \in \Omega(g(n))$

ج. $f(n) \in O(g(n))$ د. $f(n) \in \theta(g(n))$

۲. کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح نمی باشد؟

الف. اگر $f(n) \in \theta(g(n))$ آنگاه $f(n) \in \Omega f((n))$.

ب. اگر $f(n) \in O(g(n))$ و $g(n) \in \Omega f((n))$ آنگاه $f(n) \in \theta(g(n))$.

ج. اگر $f(n) \in O(g(n))$ و $f(n) \in \Omega g((n))$ آنگاه $f(n) \in \theta(g(n))$.

د. اگر $f(n) \in \theta(g(n))$ آنگاه $g(n) \in \theta(f(n))$.

۳. اگر الگوریتمی بصورت بازگشتی برای محاسبه عنصر ماکزیمم در یک بردار n تایی نوشته شود، برای بهترین الگوریتم از نظر زمانی کدام هزینه مورد نیاز است؟

الف. $O(n)$ ب. $O(n^2)$ ج. $O(\frac{n}{2})$ د. $O(\log_2^n)$

۴. مرتبه زمان اجرای تابع بازگشتی زیر چیست؟

```
int test(int n) {
    if (n <= 2) return (1);
    else return ( test (n - 2)* test (n - 2)/test(n-2));
}
```

الف. $O(\frac{n}{2})$ ب. $O(2^{\frac{n}{3}})$

ج. $O(\frac{n}{4})$ د. $O(3^{\frac{n}{2}})$

تعداد سؤالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۶

زمان آزمون: تستی: ۷۵ تشریحی: ۷۵ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

مجاز است.

نام درس: طراحی الگوریتم‌ها - طراحی و تحلیل الگوریتم‌ها

رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی کامپیوتر (۱۱۵۰۷۸) - علوم کامپیوتر (۱۱۵۱۶۶)

بخش کامپیوتر (تجميع) - مهندسی فناوری اطلاعات (۱۱۵۱۴۲)

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: —

```
while (n>0) {
    r = n%m;
    n=m;
    m=r;
}
```

۵. برای $m, n \geq 0$ ، مرتبه اجرای قطعه برنامه زیر کدام است؟الف. $O(\log_2^n)$ ب. $O(m)$ ج. $O(m^2)$ د. $O(n^2)$

```
int test(int m, int n) {
    if (n==0) return m;
    else return (3+ test(m+n, n-1));
}
```

۶. مرتبه زمان اجرای تابع بازگشتی روبرو چیست؟

الف. $O(\log_m^n)$ ب. $O(n)$ ج. $O(m)$ د. تابع در حلقه بی نهایت می افتد.

۷. رابطه بازگشتی زیر از کدام مرتبه است؟

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ T\left(\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil\right) + T\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right) + n, & n = 2^k \geq 1 \end{cases}$$

الف. $O(n)$ ب. $O\left(\frac{n}{2}\right)$ ج. $O(\log_2^n)$ د. $O(n \log_2^n)$ ۸. هزینه محاسبه تعداد گره های یک درخت دودویی با n گره براساس تابع بازگشتی زیر، از چه مرتبه ای است؟

```
int test(Node *tree){
    if (tree==Null) return 0;
    else return (1+test(tree->left)+test(tree->right));
}
```

الف. $O(n)$ ب. $O\left(\frac{n}{2}\right)$ ج. $O(\log_2^n)$ د. $O(n \log_2^n)$

نام درس: طراحی الگوریتم‌ها - طراحی و تحلیل الگوریتم‌ها
رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی کامپیوتر (۱۱۱۵۰۷۸) - علوم کامپیوتر (۱۱۱۵۱۶۶)
بخش کامپیوتر (تجميع) - مهندسی فناوری اطلاعات (۱۱۱۵۱۴۲)
کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: — مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۶
زمان آزمون: تستی: ۷۵ تشریحی: ۷۵ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۹. در کدامیک از حالت‌های زیر، بکارگیری روش تقسیم و حل برای طراحی الگوریتم مناسب می باشد؟ ($b \geq 2$ ، c ثابت)

حالت اول: مساله ای با اندازه n به چند زیرمسئله تقسیم می شود که اندازه زیرمسئله ها نیز تقریباً برابر n است.

حالت دوم: مساله ای با اندازه n تقریباً به n زیرمسئله تقسیم می شود که اندازه زیرمسئله ها نیز تقریباً برابر $\frac{n}{c}$ است.

حالت سوم: مساله ای با اندازه n به b زیرمسئله تقسیم می شود که اندازه زیرمسئله ها نیز تقریباً برابر $\frac{n}{c}$ است.

الف. فقط حالات اول و دوم ب. فقط حالات دوم و سوم

ج. فقط حالت دوم د. فقط حالت سوم

۱۰. فرض کنید اعداد ۱ تا ۱۵ در یک آرایه مورد جستجو توسط جستجوی دودویی استفاده می شوند، متوسط تعداد مقایسه های مورد نیاز

برای جستجوی موفق کدام است؟

الف. $\frac{49}{15}$ ب. $\frac{33}{15}$ ج. $\frac{45}{15}$ د. $\frac{16}{2}$

۱۱. تابع هزینه تعداد ضرب ها در الگوریتم ضرب استراسن برای ماتریس های $n \times n$ کدام است؟

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1 \\ 18T\left(\frac{n}{2}\right) + 1 & \text{if } n > 1 \end{cases} \quad \text{ب.}$$

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1 \\ 7T\left(\frac{n}{2}\right) & \text{if } n > 1 \end{cases} \quad \text{الف.}$$

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1 \\ 7T\left(\frac{n}{2}\right) + 18\left(\frac{n}{2}\right)^2 & \text{if } n > 1 \end{cases} \quad \text{د.}$$

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1 \\ 7T\left(\frac{n}{2}\right) + 18\left(\frac{n}{2}\right)^3 & \text{if } n > 1 \end{cases} \quad \text{ج.}$$

نام درس: طراحی الگوریتم‌ها - طراحی و تحلیل الگوریتم‌ها
رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی کامپیوتر (۱۱۵۰۷۸) - علوم کامپیوتر (۱۱۵۱۶۶)
بخش کامپیوتر (تجميع) - مهندسی فناوری اطلاعات (۱۱۵۱۴۲)
کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۶
زمان آزمون: تستی: ۷۵ تشریحی: ۷۵ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۱۲. مجموعه های A و B بترتیب دارای m و n عنصر می باشند ($m < n$) که هر یک بصورت یک لیست خطی نگهداری می شوند و این مجموعه ها لزوما مرتب نیستند، کدام یک از دسته عملیاتهای زیر در $O(n \log_2^n)$ قابل حل است؟

الف. $A \cup B$ و $A \cap B$ ب. $A \times B$ و $A \cap B$

ج. $A \cup B$ و $A \times B$ د. $A \cap B$ و $A \times B$

۱۳. الگوریتم زیر به روش حریصانه برای پس دادن بقیه پول یک مشتری با کمترین تعداد پول خرد، ارائه شده است. آیا این الگوریتم

```
Set Greedy_Applying(C, P){
    S = φ;
    While (!Solution(S) && C != φ){
        x = Select(C);
        C = C - {x};
        if (Feasible(S, x))
            S = S ∪ {x};
    }
    if (Solution(S)) return S;
    else return φ
}
```

همواره کمترین تعداد پول خرد را به مشتری خواهد داد؟

- $Select(C)$: بزرگترین سکه را از سکه های باقی مانده انتخاب می کند.

- $Solution(S)$: بررسی می کند که مجموعه S برابر پول مشتری است یا نه.

- $Feasible(S, x)$: بررسی می کند که آیا سکه x می تواند به مجموعه

سکه های انتخابی اضافه شود یا نه. (با بررسی اینکه سکه بیشتر از پول خرد نشده نباشد)

الف. همواره جواب بهینه را دارد. ب. هیچگاه جواب بهینه ندارد.

ج. در برخی از موارد جواب بهینه می دهد. د. برای تعداد سکه های فرد جواب می دهد.

۱۴. برای گراف خلوت، از بین دو الگوریتم کروسکال و پرایم، کدامیک سریعتر درخت پوشای کمینه را پیدا می کنند؟

الف. الگوریتم کروسکال ب. الگوریتم پرایم

ج. هر دو الگوریتم د. نمی توان در این مورد حرفی زد.



تعداد سؤالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۶

زمان آزمون: تستی: ۷۵ تشریحی: ۷۵ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

مجاز است.

استفاده از: —

کُد سرى سؤال: یک (۱)

۱۵. کدام گزینه در مورد الگوریتم های کروسکال و پرایم برای ایجاد درخت پوشای کمینه صحیح است؟

الف. الگوریتم کروسکال در درون خود از الگوریتم پرایم استفاده می کند.

ب. هر دو الگوریتم روی گرافهای یکسان، ممکن است درخت پوشای یکسان (یکریخت) تولید کنند.

ج. مجموع وزن یالهای درخت پوشا در هر دو الگوریتم لزوما یکسان نمی باشند.

د. هر دو الگوریتم با رشد و بهم پیوستن یک جنگل از درختها، درخت پوشا را تولید می کنند.

۱۶. کدامیک از الگوریتم های زیر در الگوی حل مسئله به روش حریصانه (Greedy) می باشند؟

الگوریتم ۱: کوتاه ترین مسیر از یک گره به سایر گره ها به روش دایجسترا (Dijkstra)

الگوریتم ۲: یافتن درخت پوشای کمینه به روش کروسکال (Kruskal)

الگوریتم ۳: یافتن درخت پوشای کمینه به روش پرایم (Prime)

الف. تنها الگوریتم ۱ ب. تنها الگوریتم ۲ ج. تنها الگوریتم های ۱ و ۲ د. هر سه الگوریتم

۱۷. برای یافتن درخت پوشای کمینه به روشهای کروسکال و پرایم کدام یک از ساختارهای داده ای زیر برای کم کردن هزینه زمان اجرا

استفاده می شود؟

الف. Heap ب. پشته ج. آرایه سه بعدی د. درخت های ریسمانی

۱۸. مرتبه اجرایی، یافتن کوتاه ترین مسیر از یک گره به سایر گره ها به روش دایجسترا (Dijkstra) کدام است؟

الف. $O(n)$ ب. $O(n^2)$ ج. $O(n^3)$ د. $O(\log_2 n)$

نام درس: طراحی الگوریتم‌ها - طراحی و تحلیل الگوریتم‌ها
رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی کامپیوتر (۱۱۵۰۷۸) - علوم کامپیوتر (۱۱۵۱۶۶)
بخش کامپیوتر (تجميع) - مهندسی فناوری اطلاعات (۱۱۵۱۴۲)
کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۶
زمان آزمون: تستی: ۷۵ تشریحی: ۷۵ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۱۹. 6 کار (job) به شرح ذیل داریم: g_i نشان دهنده سود حاصل از اجرای کار i ام است اگر فقط اگر بعد از زمان d_i انجام نشود، فرض کنید هر کار در واحد زمان انجام شود. حداکثر سود حاصل از اجرا چقدر می باشد؟

i	1	2	3	4	5	6
g_i	25	20	15	12	10	8
d_i	3	1	1	3	1	3

الف. ۴۵ ب. ۳۷

ج. ۴۲ د. ۵۷

۲۰. برای محاسبه ضرب ماتریسی زیر حداقل چند عملیات ضرب (ضرب یک درایه در یک درایه) مورد نیاز است؟

$$A_{20 \times 2} \times B_{2 \times 30} \times C_{30 \times 12} \times D_{12 \times 8}$$

الف. 3120 ب. 1232 ج. 856 د. 3680

۲۱. الگوریتم زیر (الگوریتم Floyd) برای محاسبه کوتاهترین مسیر از هر راس در یک گراف به رئوس دیگر بکار می رود به جای stmt

کدامیک از گزینه ها قرار گیرد تا این الگوریتم صحیح کار کند؟ (در این الگوریتم n تعداد راس های گراف، $W[i][j]$ ماتریس وزن

یالهای گراف که نا منفی هستند و $D[i][j]$ به عنوان ماتریس بهینه کوتاهترین مسیرهای بدست آمده می باشد)

```
void Floyd(int n, float W[ ][n], float D[ ][n]){
```

```
    int i, j, k;
```

```
    D=W;
```

```
    for (i=0; i<n ; i++)
```

```
        for (j=0; j<n ; j++)
```

```
            for (k=0; k<n ; k++){
```

```
                stmt (این جمله چه باشد؟)
```

```
                if (q < D[j][k] ) D[j][k]=q;
```

```
            }
```

```
    }
```

الف. $q = D[i][k] + D[k][j]$ ب. $q = D[j][k] + D[i][j]$ ج. $q = D[i][k] + D[i][j]$ د. $q = D[j][i] + D[i][k]$

نام درس: طراحی الگوریتم ها - طراحی و تحلیل الگوریتم ها
رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی کامپیوتر (۱۱۵۰۷۸) - علوم کامپیوتر (۱۱۵۱۶۶)
بخش کامپیوتر (تجميع) - مهندسی فناوری اطلاعات (۱۱۵۱۴۲)
کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: — مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۶
زمان آزمون: تستی: ۷۵ تشریحی: ۷۵ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۲۲. مرتبه هزینه محاسبه ضرب چند جمله ای بوسیله کدامیک از الگوهای حل زیر کمتر است؟

الف. تقسیم و حل ب. حریصانه ج. برنامه نویسی پویا د. تکنیک عقبگرد

۲۳. مرتبه هزینه زمانی $T(n)$ و مرتبه هزینه حافظه مصرفی $M(n)$ برای مسئله فروشنده دوره گرد با گرافی n راسی کدام است؟

الف. $T(n) \in \theta(n^2 2^n)$ و $M(n) \in \theta(n^3 2^n)$ ب. $T(n) \in \theta(n^3 3^n)$ و $M(n) \in \theta(n^2 2^n)$

ج. $T(n) \in \theta(n^2 2^n)$ و $M(n) \in \theta(n^2 2^n)$ د. $T(n) \in \theta(n^2 2^n)$ و $M(n) \in \theta(n^2 2^n)$

۲۴. تعداد درخت های جستجوی دودویی متمایز با پنج کلید متمایز کدام است؟

الف. ۴۲ ب. ۱۴ ج. ۵ د. اطلاعات ناکافی می باشد.

۲۵. دو وزیر a_{ij} و a_{mn} در کدام یک از شرایط زیر مورد حمله یکدیگر خواهند بود؟

الف. $i+n=m+j$ ب. $m+1=j+1$ ج. $i+m=j+n$ د. هر سه

۲۶. در مساله حاصلجمع زیرمجموعه ها اگر $n=4$ و $W=20$ باشد برای W_i های داده شده زیر چند جواب داریم؟

$W_1=5$, $W_2=7$, $W_3=8$, $W_4=13$

الف. ۱ ب. ۲ ج. ۳ د. ۴

۲۷. در کدام گزینه هر دو مساله ذکر شده در رده مسائل P قرار گرفته اند؟

الف. رنگ آمیزی گرافها و فروشنده دوره گرد ب. کوتاه ترین مسیر بین هر دو گره و پیمایش گرافها

ج. درخت پوشای کمینه و حلقه (تور) هامیلتونی کمینه د. فروشنده دوره گرد، جستجوی دودویی

نام درس: طراحی الگوریتم‌ها - طراحی و تحلیل الگوریتم‌ها
رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی کامپیوتر (۱۱۵۰۷۸) - علوم کامپیوتر (۱۱۵۱۶۶)
بخش کامپیوتر (تجميع) - مهندسی فناوری اطلاعات (۱۱۵۱۴۲)
کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: — مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۶
زمان آزمون: تستی: ۷۵ تشریحی: ۷۵ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۲۸. کدامیک از عبارات زیر صحیح است؟

الف. برای حل هر مسئله می توان یک الگوریتم با استفاده از روش حریصانه (Greedy) طراحی کرد.

ب. روش حریصانه (Greedy) و روش تقسیم و غلبه هر دو روشهای عقبگرد به حساب می آیند.

ج. روش حریصانه یک روش بالا به پایین می باشد.

د. برای اینکه روش برنامه ریزی پویا (Dynamic Programming) برای حل یک مسأله بهینه سازی مورد استفاده قرار گیرد،

بایستی اصل بهینگی (Optimality) برقرار باشد.

۲۹. برای مجموعه مسائل P و NP کدام گزینه صحیح است؟

الف. $P = NP$ ب. $P \subseteq NP$ ج. $P \supseteq NP$ د. $P = \log NP$

۳۰. الگوی جستجو در درخت برای روشهای بازگشت به عقب و انشعاب و تحدید، به ترتیب از چپ به راست کدامند؟

الف. عمقی و ردیفی ب. ردیفی و عمقی ج. عمقی و عمقی د. ردیفی و ردیفی

نام درس: طراحی الگوریتم‌ها - طراحی و تحلیل الگوریتم‌ها
رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی کامپیوتر (۱۱۵۰۷۸) - علوم کامپیوتر (۱۱۵۱۶۶)
بخش کامپیوتر (تجميع) - مهندسی فناوری اطلاعات (۱۱۵۱۴۲)
کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۶
زمان آزمون: تستی: ۷۵ تشریحی: ۷۵ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

سؤالات تشریحی

نکات مهم:

نکته اول: سؤالات تشریحی در دو بخش دسته بندی شده است.
نکته دوم: بایستی در هر بخش از سه سوال فقط به دو سوال پاسخ دهید.
نکته سوم: چنانچه در هر بخش به سه سوال پاسخ دهید تنها دو سوال اول آن بخش تصحیح خواهد شد.

بخش اول: از سه سوال زیر فقط به دو سوال پاسخ دهید. (هر سوال یک ونیم نمره)

۱. رابطه بازگشتی زیر را در نظر گرفته ابتدا آنرا به روش تکرار حل کنید و سپس مرتبه آنرا مشخص کنید؟

$$T(n) = \begin{cases} c & \text{if } n = 0 \text{ or } n = 1 \\ 2T\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right) + d & \text{if } n = 2^k > 1 \end{cases}$$

۲. برای مسئله برجهای هانوی، می خواهیم n حلقه از برج A به برج خالی C به کمک برج خالی B با دو شرط زیر انتقال یابد:
شرط اول: در هر انتقال تنها یک حلقه منتقل می شود.

شرط دوم: هیچ حلقه بزرگی بر روی حلقه کوچکی قرار نمی گیرد.

الف. یک تابع بازگشتی برای حل این مسئله بنویسید؟

ب. تابع هزینه زمانی $T(n)$ ، معرف تعداد نقل و انتقالات حلقه ها را نوشته و مرتبه آن از طریق حل را بدست آورید؟

۳. به روش تقسیم و غلبه الگوریتمی با هزینه زمانی $O(n^2)$ ، برای ضرب دو عدد خیلی بزرگ با تعداد ارقام n بنویسید. سپس تابع هزینه زمانی آن را نوشته و تحلیل کنید؟

نام درس: طراحی الگوریتم‌ها - طراحی و تحلیل الگوریتم‌ها
رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی کامپیوتر (۱۱۵۰۷۸) - علوم کامپیوتر (۱۱۵۱۶۶)
بخش کامپیوتر (تجميع) - مهندسی فناوری اطلاعات (۱۱۵۱۴۲)
کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۶
زمان آزمون: تستی: ۷۵ تشریحی: ۷۵ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

بخش دوم: از سه سوال زیر فقط به دو سوال پاسخ دهید. (هر سوال یک ونیم نمره)

۴. فرض کنید متنی شامل حروف a, b, c, d, e, f باشد، تعداد کاراکترهای این متن به صورت زیر می باشد:

کاراکترها	a	b	c	d	e	F
تعداد تکرار	25	8	5	6	35	10

الف. الگوریتم هافمن را روی نمونه فوق اعمال کنید و ضمن رسم درخت کد هافمن، کدهای مربوطه را بنویسید؟

ب. سپس با ذکر دلیل کافی بیان کنید چرا اگر فراوانی کاراکترها از سری اعداد فیبوناچی باشند، الگوریتم هافمن بدترین حالت را در بدست آوردن کدها دارا می باشد؟

۵. در مسئله کوله پشتی صفر و یک، برای $n=4$ و $w=16$ ، با در نظر گرفتن جدول زیر، درخت فضای حالت هرس شده را رسم کرده و سپس مشخص کنید جواب در کدام گره است؟

i	p_i	w_i
1	40	2
2	30	5
3	10	5
4	50	10

۶. برای مسئله تبدیل رشته $X = x_1x_2...x_n$ به $Y = y_1y_2...y_m$ ، از طریق اعمال ویرایش‌هایی بر روی X، X به Y تبدیل می شود، برای سه عمل ویرایش زیر:

-- حذف x_i از X با هزینه $D(x_i)$

-- درج y_i در X با هزینه $I(y_i)$

-- اصلاح نماد x_i موجود در X به y_i هزینه $C(x_i, y_i)$

با فرض آنکه هزینه حذف و درج برابر 1 و هزینه اصلاح برابر 2 می باشد، ابتدا با استفاده از برنامه نویسی پویا برای تبدیل

رشته $X = x_1x_2...x_n$ به $Y = y_1y_2...y_m$ ، با کمترین هزینه ویرایش، تحلیلی ارائه کرده و سپس الگوریتم کامل آنرا بنویسید؟