

نام درس: سری زمانی (۱)

رشته تحصیلی و کد درس: آمار - ریاضی

۱۱۱۷۰۳۵ - ۱۱۱۱۰۷۷

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. داده‌های زیر مربوط به تولید شکر در یک کارخانه (به تن) است. معادله خط روند کدام است؟

سال	۱۳۶۹	۱۳۷۰	۱۳۷۱	۱۳۷۲	۱۳۷۳	۱۳۷۴	۱۳۷۵
X_t	۷۷	۸۸	۹۴	۸۵	۹۱	۹۸	۹۰

الف. $Y = 98 + 2X$

ب. $Y = 89 + 2X$

ج. $Y = 79 + 3X$

د. $Y = 97 + 3X$

۲. برای الگوی $X_t = m_t s_t + \epsilon_t$ به چه تبدیلی نیاز داریم؟

الف. احتیاج به تبدیل ندارد.

ب. احتیاج به تبدیل لگاریتمی دارد.

ج. احتیاج به تبدیل روند دارد.

د. باید از تفاضل‌گیری فصلی استفاده کرد.

۳. اگر در نمودار خود همبستگی مقادیر r_k دارای میرایی ضعیف باشند:

الف. نشان‌دهنده وجود یک سری متناوب است.

ب. نشان‌دهنده وجود یک سری تصادفی است.

ج. نشان‌دهنده وجود روند در سری زمانی است.

د. نشان‌دهنده یک سری زمانی با فرآیند $MA(1)$ است.

۴. تابع اتوکواریانس یک سری زمانی مانا است.

الف. معین مثبت است.

ب. نیمه معین مثبت است.

ج. زوج است.

د. نیمه معین مثبت و زوج است.

۵. برای یک سری زمانی مقادیر توابع $\hat{\rho}_k$ و $\hat{\phi}_{kk}$ در جدول زیر آمده است، $(n = 400)$ مدل پیشنهادی کدام است؟

k	۱	۲	۳	۴	۵	۶
$\hat{\phi}_{kk}$	-۰/۶۳	-۰/۰۶	۰/۰۵	۰/۰۲	-۰/۰۱	-۰/۰۰۵
$\hat{\rho}_k$	-۰/۶۳	۰/۳۶	-۰/۱۷	۰/۱	-۰/۰۹	۰/۰۷

الف. $AR(2)$ ب. $MA(2)$ ج. $AR(1)$ د. $MA(1)$

۶. با مراجعه به مسأله ۵ برآورد پارامتر مدل پیشنهادی کدام است؟

الف. $\hat{\alpha}_1 = -0.63$ و $\hat{\alpha}_2 = +0.15$ ب. $\hat{\beta}_1 = 1.15$ و $\hat{\beta}_2 = 0.15$ ج. $\hat{\alpha}_1 = -0.63$ د. $\hat{\beta}_1 = -0.63$

نام درس: سری زمانی (۱)

رشته تحصیلی و کد درس: آمار - ریاضی

۱۱۱۷۰۳۵ - ۱۱۱۱۰۷۷

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۷. برای مدل خود برگشت (اتورگرسو) از مرتبه دوم اگر ریشه‌های معادله مفسر مختلط باشند صورت تابع خود همبستگی کدام است؟

الف. $\rho_k = A_1 G_1^k + A_p G_p^k$ ب. $\rho_k = (A + BK) G_o^k$

ج. $\rho_k = SC^k \cos(\alpha k + D)$ د. $\rho_k = S^k C \cos(\alpha k + D)$

۸. اگر معادله مفسر به صورت $y'' - 1/5 y + 0/4 = 0$ باشد، صورت فرآیند اتورگرسو کدام است؟

الف. $(1 - 1/5 B + 0/4 B^2) X_t = Z_t$ ب. $Z_t = (1 + 1/5 B - 0/4 B) X_t$

ج. $X_t = (1 - 1/5 B + 0/4 B) Z_t$ د. $Z_t = (1 - 1/5 B - 0/4 B) X_t$

۹. واریانس فرآیند $MA(2)$ کدام است؟

الف. $\gamma_o = (1 - \beta_1 \rho_1 - \beta_2 \rho_2)^{-1} \sigma_Z^2$ ب. $\gamma_o = (1 + \beta_1^2 + \beta_2^2) \sigma_Z^2$

ج. $\gamma_o = (1 - \beta_1^2 - \beta_2^2) \sigma_Z^2$ د. $\gamma_o = \sigma_Z^2$

۱۰. برای فرآیند $X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j Z_{t-j}$ تابع γ_k به صورت

الف. $\gamma_k = \sigma_a^2 \psi(B) \phi(B^{-1})$ ب. $\gamma_k = \sigma_a^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2 B_j^2$

ج. $\gamma_k = \sigma_z^2 \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \psi_{i+k}$ د. $\gamma_k = \sigma_z^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2$

۱۱. فرآیندی را وارون‌پذیر گویند که آنرا به توان به صورت نوشت.

الف. $X_t = \psi(B) Z_t$ ب. $X_t = \pi(B) Z_t$ ج. $\psi(B) X_t = Z_t$ د. $\pi(B) X_t = Z_t$

۱۲. شرط وارون‌پذیری فرآیند $MA(2)$ نظیر

الف. شرط وارون‌پذیری فرآیند $ARMA(1, 2)$ است. ب. شرط مانایی فرآیند $AR(2)$ است.

ج. شرط وارون‌پذیری فرآیند $ARMA(1, 1)$ است. د. شرط مانایی فرآیند $ARMA(1, 2)$ است.

۱۳. فرآیند $X_t = Z_t + C \sum_{j=1}^{\infty} Z_{t-j}$ (یک عدد ثابت است) یک فرآیند:

الف. خطی کلی ناماست. ب. میانگین متحرک از رتبه نامتناهی

ج. میانگین متحرک از رتبه نامتناهی ناماناست. د. تصادفی محض ناماناست.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: سری زمانی (۱)
رشته تحصیلی و کد درس: آمار - ریاضی
۱۱۱۷۰۳۵ - ۱۱۱۱۰۷۷
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱۴. با مراجعه به مسأله (۱۳) چگونه می‌توان این فرآیند را مانا کرد؟

- الف. استفاده از روش هموارسازی
ب. برازش یک خط به مدل
ج. تفاضل‌گیری مرتبه دوم
د. تفاضل‌گیری مرتبه اول
۱۵. فرآیند نامانا در میانگین

- الف. الزاماً در واریانس نامانا نیست.
ب. در واریانس ناماناست.
ج. ممکن است در واریانس نامانا باشد.
د. شاید در کوواریانس نامانا باشد.

۱۶. اگر واریانس سری زمانی متناسب با سطح باشد یعنی $\text{var}(X_t) = C\mu_t$ آنگاه داریم:

- الف. یک تبدیل ریشه دوم سری واریانس ثابت می‌دهد.
ب. یک تبدیل لگاریتمی سری واریانس ثابت می‌دهد.
ج. یک تبدیل عکسی سری واریانس ثابت می‌دهد.
د. یک تبدیل عکسی ریشه دوم سری واریانس ثابت می‌دهد.

۱۷. فرض کنید که برآورد تابع خودهمبستگی در تأخیرهای یک و دو به ترتیب برابر $r_1 = 0.5$ و $r_2 = 0.4$ شود و سری زمانی $AR(2)$ باشد. برآورد پارامترهای α_1 و α_2 کدام است؟

- الف. $\hat{\alpha}_1 = 0.5$ $\hat{\alpha}_2 = 0.179$
ب. $\hat{\alpha}_1 = 0.357$ $\hat{\alpha}_2 = 0.179$
ج. $\hat{\alpha}_1 = 0.179$ $\hat{\alpha}_2 = 0.357$
د. $\hat{\alpha}_1 = 0.2$ $\hat{\alpha}_2 = 0.9$

۱۸. برای یک فرآیند $AR(1)$ به فرم $X_t = \alpha X_{t-1} + Z_t$ صورت کلی پیش‌بینی عبارت است از:

- الف. $\hat{X}_t(l) = \alpha(\hat{X}_t(l-1)) + Z_t$
ب. $\hat{X}_t(l) = \mu + \alpha^l X_t + X_{t-1}$
ج. $\hat{X}_t(l) = \alpha^l X_t$
د. $\hat{X}_t(l) = \alpha^{l-1} X_{t-1}$

۱۹. رابطه بین توابع γ_k و $f(w)$ مشابه

- الف. رابطه بین واریانس و ضریب همبستگی است.
ب. رابطه بین چگالی احتمال و تابع مشخصه یک توزیع احتمال پیوسته است.
ج. رابطه بین مانایی و وارون‌پذیری است.
د. رابطه بین بین تابع چگالی احتمال و تابع توزیع است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: سری زمانی (۱)
رشته تحصیلی و کد درس: آمار - ریاضی
۱۱۱۷۰۳۵ - ۱۱۱۱۰۷۷
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۲۰. طیف یک فرآیند $MA(1)$ کدام است؟

ب. $f(w) = \frac{\sigma_z^2}{\pi} (1 + \beta^2 - 2\beta \cos w)$

الف. $f(w) = \frac{\sigma_z^2}{\pi} (1 + \beta^2 - 2\beta \sin w)$

د. $f(w) = \frac{\sigma_z^2}{\pi} \frac{1}{(1 + \beta^2 - 2\beta \cos w)}$

ج. $f(w) = \frac{\sigma_z^2}{\pi} \frac{1}{(1 - \beta \cos w)}$

«سؤالات تشریحی»

۱. سری زمانی به صورت $X_t = X_{t-1} - 0.5X_{t-1} + Z_t$ را در نظر بگیرید: (۱/۷۵ نمره)

الف. درمورد شرایط مانایی و وارون پذیری سری بحث کنید.

ب. فرآیند $AR(2)$ فوق را به صورت فرآیند MA نامتناهی بنویسید. به عبارت دیگر به صورت: $X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j Z_{t-j}$

ج. تابع خودهمبستگی جزئی این فرآیند را بدست آورید.

۲. با مراجعه به مسأله یک مطلوب است فرم کلی تابع خودهمبستگی ρ_k ؟ (۱/۵ نمره)

۳. تابع خودهمبستگی فرآیند $MA(2)$ را بدست آورید. (۱/۵ نمره)

۴. مراحل اصلی الگوسازی یک سری زمانی را به طور خلاصه شرح دهید. (۰/۷۵ نمره)

۵. تابع چگالی یک فرآیند $ARMA(1,1)$ را بدست آورید. (۱/۵ نمره)