نام درس: رگرسیون

رشته تحصیلی و کُد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۶

--

کُد سری سؤال: یک (۱)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ **تشریحی:** ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ **تشریحی:** ۶۰ **دقیقه**

آزمون نمره منفی دارد○ ندارد⦿

استفاده از: ماشین حساب **مجاز است.**

امام علی(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. در صورتیکه متغیرهای تصادفی Y, X دارای توزیع توأم نرمال باشد، کدام گزینه نادرست است؟

الف. Y, X مستقل $\Rightarrow \rho(X,Y)=0$

ب. $\rho(X,Y)=0 \Rightarrow$ Y, X مستقل

ج. Y, X مستقل $\Leftrightarrow \rho(X,Y)=0$

د. Y, X وابسته $\Leftrightarrow \rho(X,Y)=0$

۲. با فرض اینکه $\overline{xy}=215/33$, $S_x^2=2/55$, $S_y^2=6/22$, $S_{xy}=3/77$ باشد، در اینصورت مقدار همبستگی بین Y, X کدام گزینه است؟

الف. $r=1$

ب. $r=0/465$

ج. $r=0/63$

د. $r=0/947$

۳. برای چگالی $f(x,y)=\begin{cases} 8xy & 0<x<1 \\ & 0<y<x \\ 0 & \text{سایر} \end{cases}$ ، به ازای $0<x<1$ تابع رگرسیون Y روی $X=x$ برابر است با :

الف. $\frac{2}{3}x$

ب. $\frac{1}{3}x$

ج. $\frac{3}{4}x$

د. $2x$

۴. هرگاه رگرسیون Y روی X یک تابع خطی به صورت $d(x)=a+bx$ باشد، $E(\text{var}(Y/x))$ برابر است با:

الف. $\sigma_Y^2(1-\rho^2)$

ب. $1-\rho^2$

ج. $\sigma_X^2(1-\rho^2)$

د. $\frac{\sigma_Y^2}{\sigma_X^2}(1-\rho^2)$

۵. در مدل رگرسیونی $Y_i=a+bx_i+E_i$, $(i=1,2,....,n)$ ، $\sum_{i=1}^{n}\hat{E}_i^2$ برابر کدام گزینه است؟

الف. $(s_Y^2-\hat{b}^2s_x^2)$

ب. $n(s_Y^2-\hat{b}^2s_x^2)$

ج. $(s_X^2+\hat{b}^2s_y^2)$

د. $n(s_X^2+\hat{b}^2s_x^2)$

۶. در یک مدل خطی ساده تحت فرض نرمال کدام گزینه درست است؟

الف. $\hat{a}, \hat{c}$ مستقل‌اند

ب. $\overline{Y}, Y_i+\overline{Y}$ مستقل‌اند

ج. $\hat{C}, Y_i-\overline{X}$ مستقل‌اند

د. $\hat{c}, \hat{b}$ مستقل‌اند

نام درس: رگرسیون
تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
رشته تحصیلی و کُد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۶
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
--
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ●
کُد سری سؤال: یک (۱)
استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۷. کمترین مقدار مجموع توانهای دوم خطاها برای مدل $(b=0) Y_i = a_i + E_i$ برابر است با :

الف. SSR ب. SSE ج. SST د. $\frac{SSR}{SSE}$

۸. در مدل خطی $Y_i = a_i + E_i$ با فرض خطای نرمال ، کدام گزینه صحیح می‌باشد؟

الف. $\frac{SST}{\sigma^2} \overset{d}{=} \chi^2(n-1)$ ب. $\frac{SSE}{\sigma^2} \overset{d}{=} \chi^2(n-1)$

ج. $\frac{SSE}{\sigma^2} \overset{d}{=} \chi^2(n)$ د. $\frac{SST}{\sigma^2} \overset{d}{=} \chi^2(n)$

۹. فرض کنید $E(Y|x) = ax + \frac{b}{x}$ ، به منظور برآورد کردن پارامترهای a,b کدام روش صحیح می‌باشد؟(در صورتیکه واریانس خطا تصادفی ثابت باشد)

الف. با انتخاب $x^* = x^2 \quad , \quad Y^* = xY$ ب. $a^* = ax \, , \, b^* = \frac{b}{x}$

ج. $x^* = xy \, , \, Y^* = x^2$ د. $x^* = x \quad , \quad Y^* = x^2 Y$

۱۰. با استفاده از اطلاعات زیر یک فاصلهٔ اطمینان نود درصدی برای b کدام است؟

$$n = 5 \quad , \quad s_y^2 = 1/447 \quad , \quad s_x^2 = 346 \quad s_{xy} = -18/02 \quad t_{0/95}(3) = 2/353$$

$$\hat{\sigma}^2 = 0/8482 \quad \hat{y} = 9/192 - 0/05208x$$

الف. $(-0/1042 \; , \; 0/00002)$ ب. $(-3/2 \; , \; 4/5)$

ج. $(-0/15 \; , \; 0/002)$ د. $(-0/16 \; , \; 0/11)$

۱۱. وارون مور – نپروز ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{5} A$ ب. $\frac{1}{25} A$ ج. $\frac{1}{4} A$ د. $\frac{1}{2} A$

نام درس: رگرسیون

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ **تشریحی:** ۵

رشته تحصیلی و کُد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۶

زمان آزمون: تستی: ۶۰ **تشریحی:** ۶۰ **دقیقه**

آزمون نمره منفی دارد○ ندارد◉

--

کُد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ماشین حساب **مجاز است.**

۱۲. متغیرهای تصادفی Y_1, Y_2, Y_3 دارای میانگین مشترک ۲ و واریانس مشترک ۱ می‌باشند و داریم $\sigma_{12} = -1$, $\sigma_{13} = 1$, $\sigma_{23} = 0$ فرض کنید:

$U_1 = 2Y_1 + Y_2 + Y_3 + 1$ $\qquad$ $U_2 = Y_1 - Y_2 - Y_3 + 2$ ماتریس کوواریانس بردار تصادفی $U = [U_1, U_2]'$ U_1U_2 برابر است با:

الف. $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ $\qquad$ ب. $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ $\qquad$ ج. $\begin{bmatrix} \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ $\qquad$ د. $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$

۱۳. فرض کنید Y دارای بردار میانگین μ و ماتریس کواریانس $\sum$ باشد. در اینصورت گزینهٔ صحیح کدام است؟

الف. $E(\|Y\|^2) = \|\mu\|^2 + trac\sum$ $\qquad$ ب. $E(\|Y\|^2) = \|\mu\|^2 - trac\sum$

ج. $E(\|Y\|) = \|\mu\| + trac\sum$ $\qquad$ د. $E(\|Y\|^2) = \|\mu\| - trac\sum$

۱۴. با فرض مدل $Y \mid x_1, x_2 = a_1x_1 + a_2x_2 + E$ و $E \sim N(0, \sigma^2)$ و جدول زیر کدام گزینه درست است؟

x_{i1}	x_{11}	....	x_{91}
x_{i2}	x_{12}	....	x_{92}
y_1	y_1	....	y_9

الف. $\frac{8\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \overset{d}{=} \chi^2_{(7)}$ $\qquad$ ب. $\frac{9\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \overset{d}{=} \chi^2_{(7)}$

ج. $\frac{7\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \overset{d}{=} \chi^2_{(7)}$ $\qquad$ د. $\frac{27\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \overset{d}{=} \chi^2_{(27)}$

۱۵. نمونهٔ تصادفی $Y = [Y_1, Y_2, ..., Y_n]'$ از توزیعی با میانگین μ و واریانس σ^2 می‌باشد فرض کنید $\bar{Y}$ میانگین Y_iها و برآورد μ باشد. در مدل $Y_i = \mu + E_i$ ، برآورد نااریب $\hat{\sigma}^2$ کدام گزینه است؟

الف. $\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2}{n-2}$ $\qquad$ ب. $\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2}{n-1}$ $\qquad$ ج. $\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2}{n}$ $\qquad$ د. $\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2}{n-3}$

نام درس: رگرسیون
تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

رشته تحصیلی و کُد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۶
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

--
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ●

کُد سری سؤال: یک (۱)
استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱۶. در مدل خطی $Y = Xa + E$ اگر $E(E) = 0$ و $\sum_{E} = \sigma^2 I$ و $E \sim N(0, \sigma^2 I)$ باشد آنگاه $\hat{a}$ دارای چه توزیعی است؟

الف. نرمال با میانگین a , $\sum_{\hat{a}} = \sigma^2 (X'X)^{-1}$

ب. نرمال با میانگین a , $\sum_{\hat{a}} = \sigma^2 (X'X)$

ج. غیرنرمال با میانگین a , $\sum_{\hat{a}} = \sigma^2 (X'X)^{-1}$

د. غیرنرمال با میانگین a , $\sum_{\hat{a}} = \sigma^2 (X'X)$

۱۷. در مدل خطی $Y = Xa + E$ با فرض $E \sim N(0, \sigma^2 I)$ و تحت فرض $H_0 : Ma = 0$ که در آن M ماتریس $h \times k$ و رتبه سطری است(CN_0)، برآورد یاب ناراریب σ^2 برابر است :

الف. $\frac{SSE}{n-k}$

ب. $\frac{SST}{n-k}$

ج. $\frac{SST}{n-k+h}$

د. $\frac{SSE}{n-k+h}$

۱۸. رگرسیون ستیغی به چه منظور بکار می‌رود؟

الف. کاهش اثر همخطی

ب. افزایش اثر همخطی

ج. بی‌تأثیر کردن اثر همخطی

د. در افزایش و کاهش اثر همخطی هیچ تأثیر ندارد

۱۹. تبدیل لوجیت کدام است؟

الف. $\ln \frac{p(x)}{1+p(x)}$

ب. $\ln \frac{p(x)}{1-p(x)}$

ج. $\ln \frac{p(x)}{1-p(x)^2}$

د. $\ln \frac{1-p(x)}{1+p(x)^2}$

۲۰. در مدل خطی چندمتغیری در صورتیکه در تمام Y_iها ، متغیرهای کنترل شده ثابت بمانند، در اینصورت:

الف. $SSR = 1$

ب. $SSR = 0$

ج. $SST = 0$

د. $SST = 1$

نام درس: رگرسیون

رشته تحصیلی و کُد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۶

--

کُد سری سؤال: یک (۱)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد○ ندارد◉

استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

سؤالات تشریحی

۱.با استفاده از داده‌های زیر پارامترهای دو مدل خطی $Y = a + bx + E \quad , \quad Y = a' + b'x^2 + E$ را برآورد کنید و با محاسبهٔ ضریب تعیین در هر دو مدل، آنها را مقایسه کنید: (۲نمره)

x	۰/۵	۱	۱/۵	۲	۲/۵	۳	۳/۵	۴
y	۰/۲	۱	۲/۲	۳/۸	۶/۴	۹/۲	۱۲/۴	۱۶/۴

۲. ثابت کنید که: $\sum_{AY} = A\sum_{Y} A'$ (۱نمره)

۳. فرض کنید یک مدل خطی به صورت زیر است: (۱/۵نمره)

$$\begin{cases} Y_1 = a_1 + a_2 + 2a_3 + E_1 \\ Y_2 = -a_1 + a_2 + E_2 \\ Y_3 = a_1 - a_2 + E_3 \\ Y_4 = -a_1 - a_2 - 2a_3 + E_4 \end{cases}$$

برآورد یاب بردار μ, a را بیابید.

۴. نشان دهید که در مدل خطی $Y = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 + E$ فرض $H_0 : a_1 = 2a_2 = 4a_3$ یک فرض خطی است، نمایش این فرضیه به صورت ماتریس را ارائه نمائید. (۱/۵نمره)

۵. قضیهٔ کاکران را به زبان آماری بیان کنید. (۱نمره)