

نام درس: آنالیز عددی (۲) تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی - علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۰۷۵-۱۱۱۹۰۰۴) زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۱۰۰ دقیقه
 کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است.
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. کدام یک تعریف ماتریس پایین هسنبرگی است؟

الف. $a_{ij} = 0$ برای $j > i + 1$ ب. $a_{ij} = 0$ برای $i > j + 1$

ج. $a_{ij} = 0$ برای $|i - j| > 1$ د. $a_{ij} = 0$ برای $i + j > 1$

۲. اگر $tr(X)$ نشان‌دهنده اثر ماتریس X باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

الف. $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$ ب. $tr(\lambda A) = \lambda \ tr(A)$

ج. $tr(AB) = tr(BA)$ د. $tr(I_n) = 1$

۳. کدام گزاره نادرست است؟

الف. $(A^{-1})^{-1} = A$ ب. $(A^n)^{-1} = (A^{-1})^n$

ج. $(\lambda A)^{-1} = \lambda A^{-1}$ د. $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$

۴. کدام یک تعریف ماتریس قطر غالب است؟

الف. $|a_{ii}| \geq \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}|$ ب. $|a_{ii}| \leq \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}|$

ج. $\sum_{i=1}^n |a_{ii}| \geq \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$ د. $\sum_{i=1}^n |a_{ii}| \leq \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$

۵. کدام یک از ماتریسهای زیر هرمیتی است؟

الف. $\begin{bmatrix} 1+i & 1-i \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} 5 & 3+i \\ 3-i & 2 \end{bmatrix}$

ج. $\begin{bmatrix} i & -1 \\ 2 & -i \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} 2+i & 1+i \\ 1-i & 2-i \end{bmatrix}$

نام درس: آنالیز عددی (۲)

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی - علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۰۷۵-۱۱۱۹۰۰۴)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۱۰۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

۶. وارون ماتریس
$$\begin{bmatrix} ۲ & ۳ & ۵ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۰ & -۲ \\ ۰ & ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$
 کدام است؟

ب.
$$\begin{bmatrix} ۲ & ۳ & ۵ & -۳ \\ ۰ & ۱ & ۰ & -۲ \\ ۰ & ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

الف.
$$\begin{bmatrix} ۱ & -۳ & ۵ & ۱ \\ ۲ & ۲ & ۰ & -۲ \\ ۰ & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

د.
$$\begin{bmatrix} ۱ & -۳ & -۵ & ۱۳ \\ ۲ & ۲ & ۲ & ۲ \\ ۰ & ۱ & ۰ & ۲ \\ ۰ & ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

ج.
$$\begin{bmatrix} ۱ & -۳ & -۵ & -۱ \\ ۲ & ۲ & ۰ & ۲ \\ ۰ & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & -۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & -۱ \end{bmatrix}$$

۷. کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

الف. $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$ ب. $\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$

ج. $\det(A^n) = n \cdot \det(A)$ د. $\det(I_n) = n$

۸. کدام یک از اعمال زیر ممکن است جواب دستگاه معادلات خطی را تغییر دهد؟

الف. ضرب کردن یک معادله در یک عدد نا صفر ب. جابجا کردن دو معادله

ج. افزودن مضربی از یک معادله به معادله دیگر د. ضرب کردن دو معادله در یکدیگر

۹. فرض کنید A یک ماتریس $n \times n$ باشد. در چه صورت دستگاه $AX = b$ جواب منحصر بفرد دارد؟

الف. $\text{rank}(A|b) = \text{rank}(A) = n$ ب. $\text{rank}(A|b) = \text{rank}(A) < n$

ج. $\text{rank}(A|b) > \text{rank}(A)$ د. $\text{rank}(A|b) < \text{rank}(A)$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۱۰۰ دقیقه
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آنالیز عددی (۲)
 رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی - علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۰۷۵-۱۱۱۹۰۰۴)

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱۰. کدام یک از خواص زیر لزوماً جزء خواص یک نرم برداری در فضای برداری R^n نیست؟

الف. $\|X\| \geq 0$ ب. $\|\alpha X\| = |\alpha| \|X\|$

ج. $\|X + Y\| \leq \|X\| + \|Y\|$ د. $\|XY\| = \|X\| \|Y\|$

۱۱. برای بردار $X = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ مقدار $\|X\|_3$ کدام است؟

الف. $\sqrt[3]{71}$ ب. $\sqrt[3]{21}$ ج. ۷ د. ۴

۱۲. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 4 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ آنگاه $\|A\|_1$ کدام است؟

الف. ۵ ب. ۷ ج. ۸ د. ۱۰

۱۳. کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

الف. عناصر قطری یک ماتریس پادمتقارن ناصفرند. ب. برای هر ماتریس A ، داریم: $tr(AA^t) > 0$.

ج. برای هر ماتریس A ، AA^t پادمتقارن است. د. اگر A متقارن و $tr(A^2) = 0$ آنگاه $A = 0$.

۱۴. در رابطه با عدد شرطی A کدام رابطه همواره برقرار است؟

الف. $C(A) \geq 1$ ب. $C(A) \leq 1$ ج. $C(A) \geq rank(A)$ د. $C(A) \leq \|A\|$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۱۰۰ دقیقه
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آنالیز عددی (۲)
 رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی - علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۰۷۵-۱۱۱۹۰۰۴)

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱۵. اگر A ماتریس ضرائب و E ماتریس خطای ضرائب X_t جواب واقعی، X_e جواب محاسبه شده دستگاه $AX = b$ و $C(A)$ عدد شرطی ماتریس A باشد، کدام یک کران بالای خطای نسبی $\frac{\|X_t - X_e\|}{\|X_e\|}$ خواهد بود؟

الف. $C(A) \frac{\|E\|}{\|A\|}$ ب. $\frac{\|E\|}{C(A) \cdot \|A\|}$ ج. $\frac{\|E\| \cdot \|A\|}{C(A)}$ د. $C(A) \frac{\|A\|}{\|E\|}$

۱۶. دستگاه معادلات خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} 10x_1 - 2x_2 - x_3 = 3 \\ -x_1 + 5x_2 - x_3 = 6 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

اگر قرار دهیم $X^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ و $X^{(2)}$ با استفاده از روش گوس-سایدل کدام است؟

الف. $\begin{pmatrix} 0.75 & 2.21 & 3.01 \end{pmatrix}$ ب. $\begin{pmatrix} 0.69 & 1.56 & 2.25 \end{pmatrix}$

ج. $\begin{pmatrix} 0.78 & 1.812 & 2.796 \end{pmatrix}$ د. $\begin{pmatrix} 0.421 & 1.207 & 1.963 \end{pmatrix}$

۱۷. در فرم ماتریسی روش گوس-سایدل $X^{(k)} = BX^{(k-1)} + C$ ماتریس B کدام است؟

الف. $(L+U)^{-1}D$ ب. $-(D+L)^{-1}U$ ج. $D^{-1}(L+U)$ د. $D(L^{-1}+U)$

۱۸. اگر A یک ماتریس معین مثبت سه قطری و B_j, B_g به ترتیب ماتریس‌های تکراری روشهای ژاکوبی و گوس-سایدل باشند، کدام رابطه صحیح است؟

الف. $\rho(B_j) = \rho(B_g)$ ب. $\rho(B_j) > \rho(B_g)$
 ج. $(\rho(B_j))^2 = \rho(B_g)$ د. $\rho(B_j) = (\rho(B_g))^2$



دانشگاه گیلان
مرکز آزمون

کارشناسی (ستت- تجميع) جبرانی ارشد ریاضی

استان:

نیمسال اول ۸۹-۸۸

نام درس: آنالیز عددی (۲)	تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی - علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۰۷۵-۱۱۱۹۰۰۴)	زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۱۰۰ دقیقه
کد سری سؤال: یک (۱)	آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
استفاده از ماشین حساب	مجاز است.

۱۹. کدام گزاره زیر نادرست است؟

- الف. ماتریسهای A و A^{-1} دارای مقادیر ویژه یکسان هستند.
- ب. ماتریسهای A و A^{-1} دارای بردارهای ویژه یکسان هستند.
- ج. ماتریسهای A و $A - pI$ (برای عدد حقیقی p) دارای بردارهای ویژه یکسان هستند.
- د. اگر λ مقدار ویژه A باشد آنگاه $\lambda - p$ مقدار ویژه $A - pI$ است.

۲۰. اگر A یک ماتریس متقارن و معین نامنفی باشد، کدام گزینه زیر مساوی $\rho(A)$ است؟

- الف. $\|A\|_{\infty}$ ب. $\|A\|_1$ ج. $\max_{\|X\|_p=1} X^t A X$ د. $\min(\|A\|_1, \|A\|_{\infty})$

سؤالات تشریحی

بارم هر سؤال (۲ نمره)

۱. هرگاه A یک ماتریس حقیقی $n \times n$ باشد، نشان دهید. $\|A\|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$

۲. دستگاه معادلات خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = -4 \\ x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 10 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

ابتدا ماتریس ضرائب را به روش تجزیه چولسکی به حاصلضرب LU تجزیه کنید و به کمک آن دستگاه را حل کنید.

۳. ماتریس $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ را در نظر بگیرید. مقدار بهینه ω جهت تسریع همگرایی در روش SOR را بیابید.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۱۰۰ دقیقه
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آنالیز عددی (۲)
 رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی - علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۰۷۵-۱۱۱۹۰۰۴)

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۴. نشان دهید:

الف. اثر هر ماتریس برابر است با مجموع مقادیر ویژه آن ماتریس

ب. دترمینان هر ماتریس برابر است با حاصلضرب مقادیر ویژه آن ماتریس

۵. ماتریس $A = \begin{pmatrix} ۲ & ۳ & ۲ \\ ۱۰ & ۳ & ۴ \\ ۳ & ۶ & ۱ \end{pmatrix}$ را در نظر بگیرید. با فرض اینکه $\lambda_1 = 11$ مقدار ویژه غالب A و $X^{(1)} = (0/5 \quad 1 \quad 0/75)^t$

بردار ویژه A نظیر λ_1 باشد، با استفاده از روش تقلیل مقادیر ویژه دیگر A را بیابید.