

نام درس: کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع
 رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی صنایع (۱۱۱۷۰۷۹) - مهندسی صنایع (تجميع) (۱۱۲۲۰۷۸)
 تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
 کد سری سؤال: یک (۱)
 استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

امام علی^ع: شرافت به خرد و ادب است نه به دارایی و نژاد.

۱. از میان مجموعه‌ای شامل ۹۱ عدد تصادفی با میانگین ۱۸ و واریانس ۹، یک نمونه تصادفی ۲۴ تایی انتخاب می‌کنیم. در اینصورت کواریانس متغیرهای تصادفی ششم و یازدهم نمونه تصادفی کدام است؟
 الف. ۱ ب. صفر ج. -۱ د. -۰/۱

۲. از یک جامعه ۱۲ تایی یک نمونه تصادفی به حجم ۵ انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد که بتوان عنصر خاصی را در این نمونه مشاهده کرد؟

الف. ۱ ب. $\frac{5}{12}$ ج. $\frac{\binom{11}{4}}{\binom{12}{5}}$ د. $\frac{\binom{11}{5}}{\binom{12}{5}}$

۳. اگر $x_1, x_2, \dots, x_p \sim N(0, \sigma^2)$ و مستقل از هم باشند، توزیع Y کدام گزینه است؟

$$Y = \frac{x_1^2 + x_p^2}{\sum_{i=1}^p x_i^2}$$

 الف. $t(8)$ ب. نامشخص ج. $F(2, 8)$ د. $F(1, 2)$

۴. فرض کنید X دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 است یک نمونه تصادفی K تایی از X انتخاب می‌کنیم اگر \bar{X}, S^2 به ترتیب میانگین و واریانس این نمونه باشد در این صورت واریانس $\frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{k}}$ برابر است با:

الف. $\frac{k-1}{k-3}$ ب. $\frac{k(k-1)}{k-2}$ ج. $\frac{k}{k-2}$ د. $\frac{k-1}{k(k-3)}$

نام درس: کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع
 رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی صنایع (۱۱۱۷۰۷۹) - مهندسی صنایع (تجميع) (۱۱۲۲۰۷۸)
 تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
 کد سری سؤال: یک (۱)
 استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۵. اگر Z دارای توزیع نرمال استاندارد و X دارای توزیع χ^2 با ۹ درجه آزادی باشد آنگاه متغیر $\frac{Z\sqrt{X}}{1/3}$ دارای توزیع می باشد.

الف. χ^2 با ۸ درجه آزادی

ب. t با ۹ درجه آزادی

د. t با ۸ درجه آزادی

ج. χ^2 با ۹ درجه آزادی

۶. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n دو نمونه تصادفی مستقل از جامعه نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 گرفته ایم. اریبی $\frac{X_1^2 + X_2^2}{2}$ برای برآورد واریانس جامعه کدام است؟

الف. μ

ب. $2\mu^2$

ج. μ^2

د. صفر

۷. اگر X_1, X_2, X_3 یک نمونه تصادفی سه تایی از متغیر تصادفی X با میانگین μ و واریانس σ^2 بوده و $U = \bar{X}$ و $V = \frac{3}{4}\bar{X} + \frac{1}{4}X_1$ کارایی U نسبت به V برابر است با:

د. $\frac{8}{9}$

ج. $\frac{5}{6}$

ب. $\frac{3}{4}$

الف. $\frac{1}{2}$

۸. اگر از جامعه ای با میانگین μ ، k تا نمونه n_1, n_2, \dots, n_k تایی بگیریم و $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_k$ میانگین های نمونه ای آنها باشند که در

آن $\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} X_i}{n_j}$ کدام برآورد کننده برای μ ناریب است؟

ب. $\hat{\mu} = \frac{\sum_{j=1}^k n_j \bar{X}_j}{\sum_{j=1}^k n_j}$

الف. $\hat{\mu} = \sum_{j=1}^k \frac{\bar{X}_j}{n_j}$

د. $\hat{\mu} = \sum_{j=1}^k n_j \bar{X}_j$

ج. $\hat{\mu} = \frac{\sum_{j=1}^k n_j \bar{X}_j}{\sum_{j=1}^k n_j}$

نام درس: کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع
 رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی صنایع (۱۱۱۷۰۷۹) - مهندسی صنایع (تجميع) (۱۱۲۲۰۷۸)
 تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
 کد سری سؤال: یک (۱)
 استفاده از: ماشین حساب
 مجاز است.

۹. کدامیک از برآوردهای زیر برای μ در توزیع نرمال سازگار نیست؟

الف. \bar{X} ب. $\frac{n-1}{n}\bar{X}$ ج. $\frac{X_1 + (n-1)X_n}{n}$ د. میانه نمونه

۱۰. اگر X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از چگالی $f(x) = e^{-|x-\theta|}$ $\theta \in R$ باشد برآورد درست‌نمایی ماکزیمم برای θ چیست؟

الف. \bar{X} ب. میانه نمونه ج. $\frac{1}{\bar{X}}$ د. $\frac{n-1}{n}\bar{X}$

۱۱. متغیرهای تصادفی X و Y دارای چگالی توام $f(x, y) = \begin{cases} 6x & , 0 < x < y < 1 \\ 0 & , \text{سایر جاها} \end{cases}$ می‌باشند. تابع رگرسیون Y روی X کدام است؟

الف. $\frac{1}{1-x}$ ب. $\frac{1+x}{2}$ ج. $6x(1-x)$ د. $\frac{1}{1+x}$

۱۲. از قطعات تولید شده توسط کارخانه‌ای یک نمونه تصادفی به حجم ۵۰۰ انتخاب می‌کنیم و مشاهده می‌کنیم که ۶۵ قطعه از آنها معیوب هستند یک فاصله اطمینان ۰/۹۹ برای نسبت قطعات معیوب کارخانه چقدر است؟

$(Z_{0.05} = 1/645, Z_{0.25} = 1/96, Z_{0.5} = 2/57)$

الف. (۰/۱۶۹ , ۰/۰۹۱) ب. (۰/۱۳ , ۰/۰۳۹) ج. (۰/۳۱ , ۰/۰۹۱) د. (۰/۱۷ , ۰/۰۳۹)

۱۳. فرض کنید یک نمونه ۷۲ تایی از قطعه نوع اول دارای میانگین ۳۸ و انحراف معیار ۶ و یک نمونه ۱۶۲ تایی از قطعه دوم دارای میانگین ۲۰ و انحراف معیار ۹ باشد. مقدار آماره آزمون‌کننده برای آزمون صفر بودن تفاوت میانگین‌ها چقدر است؟

الف. ۲۰ ب. ۳۸ ج. ۱۸ د. ۹

نام درس: کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع
 رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی صنایع (۱۱۱۷۰۷۹) - مهندسی صنایع (تجميع) (۱۱۲۲۰۷۸)
 تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
 کد سری سؤال: یک (۱)
 استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱۴. اندازه فشار خون ۲۵ نفر دارای میانگین ۱۴۰ میلی‌متر جیوه است. انحراف معیار جامعه نرمالی که این افراد از آن انتخاب شده‌اند، ۱۰ میلی‌متر جیوه است. یک فاصله اطمینان ۹۵٪ میانگین جامعه کدام است؟
 $(Z_{\alpha/2} = 1/96, Z_{\alpha/5} = 1/645)$

الف. $(143/92 \text{ و } 136/08)$
 ب. $(143/92 \text{ و } 136/85)$
 ج. $140 \pm 3/29$
 د. $140 \pm 5/29$

۱۵. برای برآورد میانگین جامعه‌ای چند تا نمونه باید استخراج کرد تا بتوان با اطمینانی معادل ۹۵ درصد ادعا نمود که میانگین نمونه، اختلافی کمتر از ۲ واحد با میانگین واقعی جامعه دارد. (انحراف معیار جامعه ۸ واحد و $Z_{\alpha/2} = 1/96$ و $Z_{\alpha/5} = 1/645$)

الف. ۵۲ ب. ۶۲ ج. ۴۳ د. ۱۲۳

۱۶. در تحلیل واریانس یک طرفه کدام یک از فرض‌های زیر ضرورت ندارد؟
 الف. نرمال بودن جوامع ب. تساوی نمونه‌ها ج. تساوی واریانس‌ها د. استقلال جوامع

۱۷. ضریب همبستگی بین y, x مساوی $r = 0/6$ است، چند درصد از تغییرات y تحت تاثیر x نیست؟
 الف. ۰/۴ ب. ۰/۶۴ ج. ۰/۶ د. ۰/۳۶

۱۸. در جدول تحلیل واریانس برای آزمون فرض برابری میانگین‌ها، آماره آزمون کدام است؟ (جدول $k \times n$ است).

الف. $\chi^2_{k(n-1)}$ ب. $x^2(n(k-1))$ ج. $F_{k-1, nk-1}$ د. $F_{k-1, k(n-1)}$

۱۹. کیسه‌ای دارای ۷ مهره که M تای آنها قرمز و بقیه آبی‌اند می‌باشد. برای آزمون $\begin{cases} H_0 : M = 2 \\ H_1 : M = 4 \end{cases}$ دو مهره بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. H_0 فقط زمانی رد می‌شود که هر دو قرمز باشند. خطای نوع اول و دوم کدامند؟

الف. $\frac{1}{21}$ و $\frac{2}{7}$ ب. $\frac{20}{21}$ و $\frac{2}{7}$ ج. $\frac{1}{21}$ و $\frac{5}{7}$ د. $\frac{20}{21}$ و $\frac{5}{7}$

نام درس: کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع
 رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی صنایع (۱۱۱۷۰۷۹) - مهندسی صنایع (تجمیع) (۱۱۲۲۰۷۸)
 تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
 کد سری سؤال: یک (۱)
 استفاده از: ماشین حساب
 مجاز است.

۲۰. کدام یک از فرضهای زیر یک فرض مرکب نیست؟

الف. متغیر تصادفی X دارای توزیع گاما با $\beta = 3$ و $\alpha = 2$ است.

ب. متغیر تصادفی X دارای چگالی احتمال نمایی است.

ج. متغیر تصادفی X دارای توزیع دوجمله‌ای منفی با $k = 3$ و $\theta < 0.6$ است.

د. متغیر تصادفی X دارای چگالی احتمال بتا با $\mu = 0.5$ است.

« سوالات تشریحی »

۱. متغیر تصادفی X با میانگین μ و واریانس σ^2 مفروض است. دو نمونه تصادفی مستقل n_1 و n_2 تایی از آن می‌گیریم که دارای میانگین‌های نمونه ای \bar{X}_1 و \bar{X}_2 هستند. کدام مقدار a سبب می‌شود که برآورد کننده نااریب $a\bar{X}_1 + (1-a)\bar{X}_2$ برای μ ، واریانس کمتری داشته باشد؟ ($0 < a < 1$) (۱/۲۵ نمره)

۲. فرض کنید x_1 و x_2 دو برآورد کننده نااریب مستقل برای پارامتر θ باشند و $\text{var}(x_1) = 15$ و $\text{var}(x_2) = 6$ اگر $y = \alpha x_1 + \beta x_2$ و $v(y) = \frac{13}{3}$ باشد α و β را طوری پیدا کنید که y یک برآورد کننده نااریب برای θ باشد. (۱/۲۵ نمره)

۳. در یک نمونه بزرگ از جامعه نرمال، یک ناحیه بحرانی تقریبی به اندازه α برای فرض $\sigma^2 = \sigma_0^2$ در مقابل فرض $\sigma^2 > \sigma_0^2$ بدست آورید. (۱/۵ نمره)

۴. با اطلاعات جدول زیر می‌خواهیم عدم وجود اختلاف در حد متوسط محصول حاصل از سه نوع گندم مختلف را بیازمائیم. آماره آزمون و درجه آزادی آن را بدست آورید. (۱/۵ نمره)

گندم کود	۱	۲	۳
۱	۶۴	۷۲	۷۴
۲	۵۵	۵۷	۴۷
۳	۵۹	۶۶	۵۸
۴	۵۸	۵۷	۵۳

۵. جدول زیر نشان‌دهنده تعداد ثبت‌نام در یک دانشکده فنی در ۷ سال گذشته است. تابع رگرسیون آن به صورت $E(y|x) = cd^x$ کدام است؟ (۱/۵ نمره)

x (سال)	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
y (تعداد)	۳۰۴	۳۴۱	۳۹۳	۴۵۷	۵۴۸	۶۷۰	۸۸۲