

نام درس: جبر خطی

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض و کاربردی : ۱۱۱۱۰۴۰)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: —

مجاز است.

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.۱. بُعد زیر فضای تولید شده به وسیله بردارهای $(1, 2, 3, 4)$ و $(5, 6, 7, 8)$ و $(9, 10, 11, 12)$ و $(1, 3, 1, 4, 15, 1, 6)$ چند است؟

د. ۴

ج. ۳

ب. ۲

الف. ۱

۲. کدام مجموعه در فضای توابع حقیقی وابسته خطی است؟

د. $\{1, x, x^2, x^3\}$ ج. $\{1, x\}$ ب. $\{x, \sin x, \cos x\}$ الف. $\{3, \sin^2 x, \cos^2 x\}$ ۳. اگر $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ نگاشت خطی باشد از کدامیک از گزاره‌های زیر نتیجه می‌شود که f یک به یک نیست؟د. $n = m$ ج. $n > m$ ب. f پوشا باشد.الف. بعد هسته f صفر باشد.۴. کدام نگاشت از \mathbb{R}^2 به \mathbb{R}^3 خطی نیست؟ب. $f(x, y) = (x, x - y, 0)$ الف. $f(x, y) = (x + y, x - y, y)$ د. $f(x, y) = (0, 0, 0)$ ج. $f(x, y) = (x, y, 1)$ ۵. فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $\lambda = 2$ مقدار ویژه A باشد. کدامیک پایه‌ای برای فضای ویژه نظیر λ می‌باشد؟ب. $\{(2, 1), (1, 1)\}$ الف. $\{(1, 2)\}$ د. $\{(1, 1)\}$ ج. $\{(1, -1), (-2, 1)\}$ ۶. اگر V یک فضای برداری از بعد n روی هیأت F باشد و $f: V \rightarrow F$ یک نگاشت خطی مخالف صفر باشد، بعد هسته f کدام

است؟

د. $n - 2$ ج. $n - 1$

ب. ۲

الف. ۱

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض و کاربردی: ۱۱۱۱۰۴۰)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

۷. ماتریس نگاشت مشتق گیری از فضای چند جمله‌ای‌های با ضرایب حقیقی حداکثر از درجه ۳ به همان فضا نسبت به پایه استاندارد برابر است با:

الف. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

۸. ماتریس‌های تغییر وضعیت همواره:

الف. دارای دترمینان صفر هستند. ب. ماتریس همانی هستند. ج. وارون ناپذیرند. د. وارون پذیرند.

۹. هرگاه V یک فضای برداری روی هیأت F و f عضوی از فضای دوگان V باشد آنگاه برای هر $x \in V$ داریم:

الف. $f(x)$ عضوی از V است. ب. $f(x)$ عضوی از $\text{lin}(V, V)$ است.

ج. $f(x)$ عضوی از $\text{lin}(V, F)$ است. د. $f(x)$ عضوی از F است.

۱۰. هرگاه $f: V \rightarrow W$ یک نگاشت خطی باشد در مورد نگاشت $f^t: W^d \rightarrow V^d$ (f^t ترانهاد f است) چه می‌توان گفت؟

الف. f^t همواره یکرختی است. ب. اگر f یکرختی باشد f^t نیز یکرختی است.

ج. $(f^t)^{-1} = f^{-1}$ د. $(f^t)^{-1} = f^{tt}$

۱۱. دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ برابر است با:

د. ۲

ج. -۱

ب. ۱

الف. صفر

نام درس: جبر خطی

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض و کاربردی : ۱۱۱۱۰۴۰)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: —

مجاز است.

۱۲. اگر چند جمله‌ای مشخصه ماتریس A به صورت $(x-2)^2(x-3)$ باشد، آنگاه $\det A$ برابر است با:

الف. ۶-
ب. ۶
ج. ۱۲-
د. ۱۲

۱۳. به ازای چه مقدار m ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ m & 3 \end{bmatrix}$ مقدار ویژه حقیقی ندارد؟

الف. $m = 0$
ب. $m = -1$
ج. $m = -1, -2$
د. $m > 1$

۱۴. ماتریس مربع A وارون پذیر است هرگاه:

الف. $\det A = 0$
ب. جمله ثابت چند جمله‌ای مشخصه A صفر باشد.

ج. صفر مقدار ویژه A نباشد.
د. $\chi_A(A) = 0$

۱۵. اگر $\mathbb{R}^2 = X \oplus D$ که $X = \{(x, 0) \mid x \in \mathbb{R}\}$ و $D = \{(x, x) \mid x \in \mathbb{R}\}$ نگاشت تصویر روی D موازات X کدامست؟

الف. $P(x, y) = (x, y)$
ب. $P(x, y) = (y, x)$
ج. $P(x, y) = (x, -y)$
د. $P(x, y) = (y, y)$

۱۶. فرض کنید نگاشت خطی $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ نسبت به پایه استاندارد با ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ نمایش داده شود. اگر W زیر فضای \mathbb{R}^2

تولید شده توسط $(1, 0)$ باشد، آنگاه

الف. W, f پایدار است.
ب. W, f پایدار نیست.
ج. تصویر W تحت f برابر $\{0\}$ است.
د. تصویر W تحت f برابر \mathbb{R}^2 است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض و کاربردی: ۱۱۱۱۰۴۰)

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ---

مجاز است.

۱۷. فرض کنید V یک فضای برداری متناهی بعد و $f: V \rightarrow V$ عملگر خطی روی V و λ یک مقدار ویژه f باشد. در این صورت

نگاشت $f - \lambda id$

الف. پوچتوان است. ب. خود توان است. ج. نگاشت تصویر است. د. معکوس پذیر است.

۱۸. کدام گزاره نادرست است؟

الف. هر مجموعه یکا متعامد مستقل خطی است. ب. هر مجموعه مستقل خطی یکا متعامد است.

ج. هر مجموعه یکا متعامد، متعامد است. د. هر مجموعه متعامد مستقل خطی است.

۱۹. فضای ضرب داخلی V از بعد ۱۲ و زیر فضای W از V را با بعد ۴ در نظر بگیرید. W^\perp از بعد چند است؟

الف. ۸ ب. ۳ ج. ۴ د. صفر

۲۰. فرض کنید $V = \mathbb{R}^p$ ، فرم دو خطی f روی \mathbb{R}^p را با تعریف $f((x_1, x_p), (y_1, y_p)) = x_1 y_1 + x_1 y_p + x_p y_1 + x_p y_p$

در نظر بگیرید. ماتریس f نسبت به پایه مرتب استاندارد V برابر است با:

الف. $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

نام درس: جبر خطی

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض و کاربردی : ۱۱۱۱۰۴۰)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: —

مجاز است.

سؤالات تشریحی

بارم هر سؤال ۲ نمره می باشد.

۱. قضیه: فرض کنید V و W دو فضای برداری با بعد متناهی باشند و $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ پایه ای برای V و w_1, w_2, \dots, w_n بردارهایی

دلخواه در W باشند. در این صورت دقیقاً یک نگاشت خطی $f: V \rightarrow W$ وجود دارد که

$$f(v_i) = w_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

۲. قضیه: فرض کنید V یک فضای ضرب داخلی و W یک زیر فضای بعد متناهی از V باشد. در این صورت $V = W \oplus W^\perp$

۳. قضیه: اگر ماتریس های مربعی A و B متشابه باشند آنگاه این ماتریس ها دارای مقادیر ویژه یکسانی هستند.

۴. نگاشت خطی $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ را با تعریف $f(x, y, z) = (-z, x+z, y+z)$ در نظر بگیرید. ماتریس f را نسبت به

پایه متعارف بنویسید. سپس چند جمله ای مشخصه و می نیم آن را بنویسید و \mathbb{R}^3 را به صورت مجموع مستقیم زیر فضاهای $f -$ پایدار

بنویسید و پایه ای از \mathbb{R}^3 را که ماتریس f در این پایه به صورت قطری بلوکی است به دست آورید. و ماتریس قطری بلوکی متشابه با

ماتریس f را نیز به دست آورید.

۵. فرض کنید V یک فضای برداری روی \mathbb{R} باشد. اگر $f: V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ یک فرم دوخطی متقارن باشد آنگاه اتحادهای زیر

برقرارند:

$$Q_f(\lambda x) = \lambda^2 Q_f(x) \quad (۱)$$

$$f(x, y) = \frac{1}{p} [Q_f(x+y) - Q_f(x) - Q_f(y)] \quad (۲)$$

$$f(x, y) = \frac{1}{4} [Q_f(x+y) - Q_f(x-y)] \quad (۳)$$