

نام درس: توابع مختلط
 رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی: ۱۱۱۱۰۴۴ - آموزش ریاضی: ۱۱۱۱۲۹۵
 تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
 کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: — مجاز است.

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. معادله $|z - 2 + i| \leq 1$ کدام ناحیه را نشان می‌دهد؟

- الف. درون دایره واحد به مرکز (۱ و ۲)
 ب. درون دایره‌ای به مرکز (۱ و ۲) و شعاع ۲
 ج. درون دایره‌ای به مرکز (۱- و ۲) و شعاع یک
 د. درون دایره‌ای به مرکز (۱ و ۲-) و شعاع یک

۲. کدام رابطه داده شده درست است؟

- الف. $Re(iz) = Im\ z$ ب. $Im(iz) = Re\ z$ ج. $Re\ z^2 = x^2$ د. $Im\ z^2 = yx$
 ۳. مجموعه $\{z: |z - 2| < 1\} \cup \{z: |z| < 1\}$:

- الف. همبند است. ب. همبند مسیری است. ج. باز است. د. بی‌کران است.

۴. $exp(\frac{-\pi}{2})$ مقدار اصلی کدام گزینه است؟

- الف. $-i$ ب. i^i ج. $\frac{\pi}{i}$ د. $(\frac{\pi}{i})^i$

۵. در مورد تابع $f(z) = Arg\ z$ کدام گزینه درست است؟

- الف. همه جا پیوسته است.
 ب. روی محور حقیقی منفی ناپیوسته است.
 ج. روی محور حقیقی نامنفی ناپیوسته است.
 د. هیچ جا پیوسته نیست.

۶. کدام گزینه درست است؟

- الف. توابع $Sin\ z$ و $Cos\ z$ بی‌کران هستند.
 ج. معادله $tan\ z = i$ بی‌نهایت جواب دارد.
 ب. معادله $e^z = -1$ هیچ جوابی ندارد.
 د. $tan\ z$ و $cotan\ z$ همه جا تحلیلی اند.

۷. چنانچه $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}$ مقدار $(1-i)^{100}$ برابر است با:

- الف. ۱ ب. $1+i$ ج. $-1+i$ د. $1-i$

۸. مجموعه $0 \leq arg\ z \leq \frac{\pi}{4}$ و $0 < |z|$:

- الف. بسته است. ب. باز است. ج. هم باز و هم بسته است. د. نه باز و نه بسته است

۹. مقدار $\int_{|z|=1} Tan\ z\ dz$ برابر است با:

- الف. $2\pi i$ ب. $-2\pi i$ ج. صفر د. ۱

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: توابع مختلط
 رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی: ۱۱۱۱۰۴۴ - آموزش ریاضی: ۱۱۱۱۲۹۵

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۰. مقدار $\int_{|z|=2} \frac{dz}{z^4 - 1}$ برابر است با:

- الف. $2\pi i$ ب. $\frac{\pi}{2}$ ج. $\frac{\pi}{2}i$ د. πi

۱۱. کدام گزینه نادرست است؟

الف. $\int_{|z|=1} \sin z \, dz = 0$ ب. $\int_{|z|=1} e^{z^2} dz = 0$ ج. $\int_{|z-1-i|=1} \frac{dz}{z} = 0$ د. $\int_{|z|=\frac{1}{2}} \tan z \, dz = 2\pi i$

۱۲. شعاع همگرایی سری $\sum_{n=0}^{\infty} (3 + (-1)^n) z^n$ برابر است با:

- الف. ۱ ب. ۲ ج. $\frac{1}{4}$ د. $\frac{1}{2}$

۱۳. در مورد سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2z^n}{n^2 + |z|}$ کدام گزینه درست است؟

- الف. واگراست. ب. در ناحیه $|z| \leq R$ و $R > 0$ همگرای یکنواخت است.
 ج. در ناحیه $|z| \geq 1$ همگرای یکنواخت است. د. هیچ جا همگرای مطلق نیست.

۱۴. مقدار $\int_{|z|=2} \frac{dz}{(z-3)(z^5-1)}$ برابر است با:

- الف. $\frac{1}{242}$ ب. $\frac{2\pi i}{243}$ ج. $\frac{-2\pi i}{242}$ د. صفر

۱۵. مقدار $\int_0^{+\infty} \frac{x \sin 2x}{1+x^2} dx$ برابر است با:

- الف. $\frac{\pi}{2}$ ب. $\frac{\pi}{2} e^{-2}$ ج. $\frac{2\pi}{e^2}$ د. $\frac{\pi}{2e}$

۱۶. تصویر ناحیه $0 < x < 1$ تحت $w = \frac{1}{z}$ کدام است؟

- الف. بیرون دایره به مرکز $(\frac{1}{2}, 0)$ و شعاع $\frac{1}{2}$ ب. درون دایره به مرکز $(\frac{1}{2}, 0)$ و شعاع $\frac{1}{2}$
 ج. بیرون دایره به مرکز $(-\frac{1}{2}, 0)$ و شعاع $\frac{1}{2}$ د. درون دایره به مرکز $(-\frac{1}{2}, 0)$ و شعاع $\frac{1}{2}$

نام درس: توابع مختلط	تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی: ۱۱۱۱۰۴۴ - آموزش ریاضی: ۱۱۱۱۲۹۵	زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
---	آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
کد سری سؤال: یک (۱)	استفاده از: ---
	مجاز است.

۱۷. ماکسیمم قدر مطلق $\int_C (x^p + iy^p) dz$ که C نیم دایره ای با نقاط انتهایی $\pm i$ است، از کدام عدد بزرگتر است؟

الف. ۸ ب. ۱ ج. π د. 2π

۱۸. دو نقطه $-i$ ، i برای تابع $f(z) = \frac{1}{(1+z^p)^n}$:

الف. قطب ساده‌اند. ب. قطب مرتبه دوم‌اند. ج. قطب مرتبه n ام‌اند. د. تکین اساسی‌اند.

۱۹. مقدار مانده $f(z) = \frac{1}{z^p \sinh z}$ در $z=0$ برابر است با:

الف. صفر ب. $\frac{1}{6}$ ج. $-\frac{1}{6}$ د. ۱

۲۰. کدام تابع تام است؟

الف. $f(z) = e^z$ ب. $f(z) = \frac{1}{z}$ ج. $f(z) = |z|^2$ د. $f(z) = \tan z$

سؤالات تشریحی

بارم هر سؤال ۲ نمره می‌باشد.

۱. اصل ماکسیمم قدر مطلق را بیان و اثبات کنید.

۲. فرض کنید f تابعی تام و A عددی مثبت باشد و $|f(z)| \leq A|z|$. ثابت کنید ضابطه $f(z)$ به صورت $f(z) = az$ است.

۳. مقدار $\int_0^\pi \frac{\sin^p \theta d\theta}{5 - 4 \cos \theta}$ را پیدا کنید. (کامل بنویسید).

۴. ثابت کنید هر چند جمله‌ای درجه n در اعداد مختلط حداقل یک ریشه دارد.

۵. با فرض $z = e^{i\theta}$ نشان دهید برای $0 < p < 1$ ، $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 - 2p \cos \theta + p^2} = \frac{2\pi p}{1 - p^2}$.